CADERNO DE ATIVIDADES

Artemática:

explorando o potencial artístico da **Matemática**

Cristina Lúcia Dias Vaz
(Organizadora)

• Círculos e esferas • Rosáceas e espirais • Curvas rolantes •
• Curvas fractais, fractais planos e espaciais • MAT-Teatro •

Cristina Lúcia Dias Vaz
(Organizadora)

Artemática:
explorando o potencial artístico da **Matemática**

1ª Edição

Belém - Pará

editAedi
Assessoria de Educação a Distância • UFPA

2017

ORGANIZAÇÃO
Dra. Cristina Lúcia Dias Vaz

REVISÃO TÉCNICA
Dr. Marcos Monteiro Diniz
Edilson Neri Júnior
Giordanna De Gregoriis

REVISÃO ORTOGRÁFICA
Williane da Costa Santos

ARTE, CAPA, DIAGRAMAÇÃO E DESIGN
Giordanna De Gregoriis

EDITORA
EditAedi

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

Vaz, Cristina Lúcia Dias (Org.)
Artemática: explorando o potencial artístico da Matemática / Cristina
Lúcia Dias Vaz (Org.). Belém: AEDI/UFPA, 2017

ISBN: 978-85-65054-54-6

1. Matemática
2. Arte
3. Lúdico

Índice

Parte 3: MAT-Teatro

Glauco Lira

Matemática e Arte

O Caderno de Atividades ***ARTEMÁTICA: explorando o potencial artístico da Matemática*** é um livro divertido e criativo para você experimentar, aprender e se divertir com a Matemática através de atividades lúdicas e artísticas.

Você vai encontrar neste caderno 32 atividades sobre curvas, fractais e teatro matemático. Algumas simples, outras mais complexas, que vão ser indicadas por estrelas. Para ajudá-lo, criamos uma turminha de personagens, que gostam muito de Matemática e querem se divertir com você: é o **Phi** (lê-se "fi") e a sua turma.

Você vai pintar círculos, desenhar rosáceas e espirais, descobrir fractais, conhecer as curvas rolantes e muitas outras brincadeiras, tudo isso misturado com Op Arte, Pop Arte, a arte de Beatriz Milhazes, a arte de W. Kandinski e outros artistas. Uma atividade levará a outra e cada atividade vai exercitar a sua criatividade e seu raciocínio matemático.

Na terceira parte, você precisará realizar algumas atividades para construir objetos matemáticos que irão compor o cenário e personagens de uma peça teatral e, com isso, poder contar as aventuras de **Phi** e sua turma.

É muito divertido juntar Matemática e Arte para criar suas próprias obras de arte. Experimente! Use as folhas de rascunho, no final do livro, para praticar ou experimentar muitas ideias. Use o caderno de uma forma natural e sem preocupação, a única regra é: divirta-se!

Lembre-se: ***A Matemática está em tudo***! Agora é só experimentar e se divertir com a turma do **Phi**.

Turma do Phi

Olá, o meu nome é **Phi** (lê-se "fi")! Sou uma letra grega que representa o número de ouro, muito usado por artistas nas proporções de suas artes!

Eu e minha turma vamos acompanhar vocês nessa jornada matemática das nossas atividades! Deixe-me apresentá-los:

Phida: a filósofa e artista! Fiquem atentos para dicas dela, elas poderão ajudar bastante vocês!

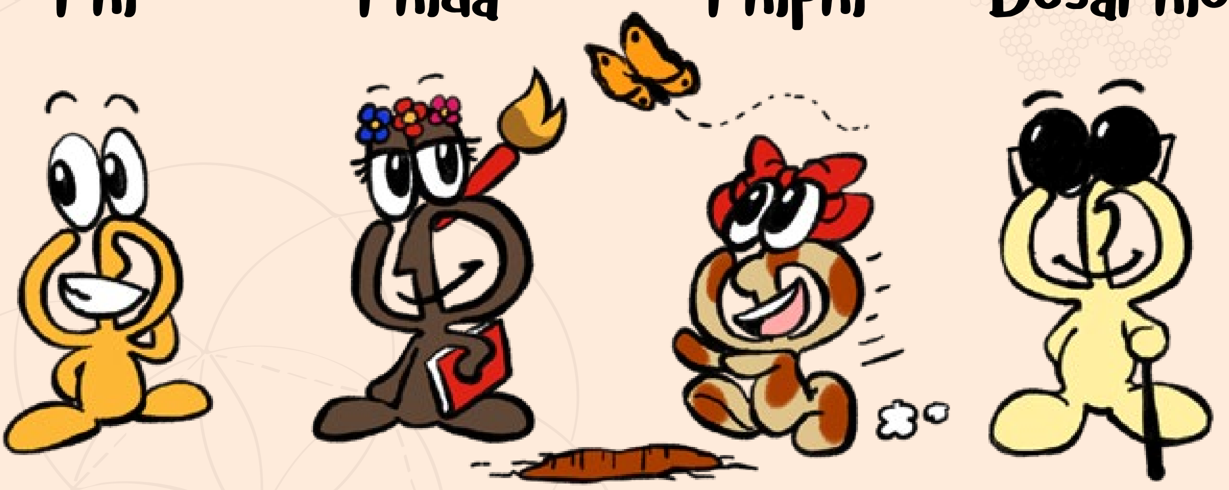
Phiphi: gosta de se meter em encrenca. Vocês também poderão nos ajudar em alguns problemas que nossa amiga se mete.

DesaPhio: adora resolver umas boas charadas, então fiquem atentos para resolvê-las!

Ah! No final vocês terão umas folhas de rascunhos para preencher do jeito que desejar!

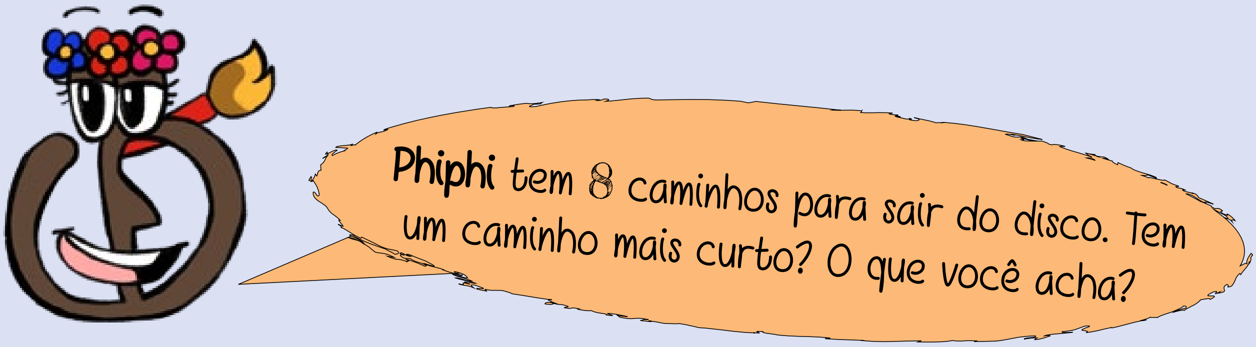
Agora, divirtam-se! E boa brincadeira!

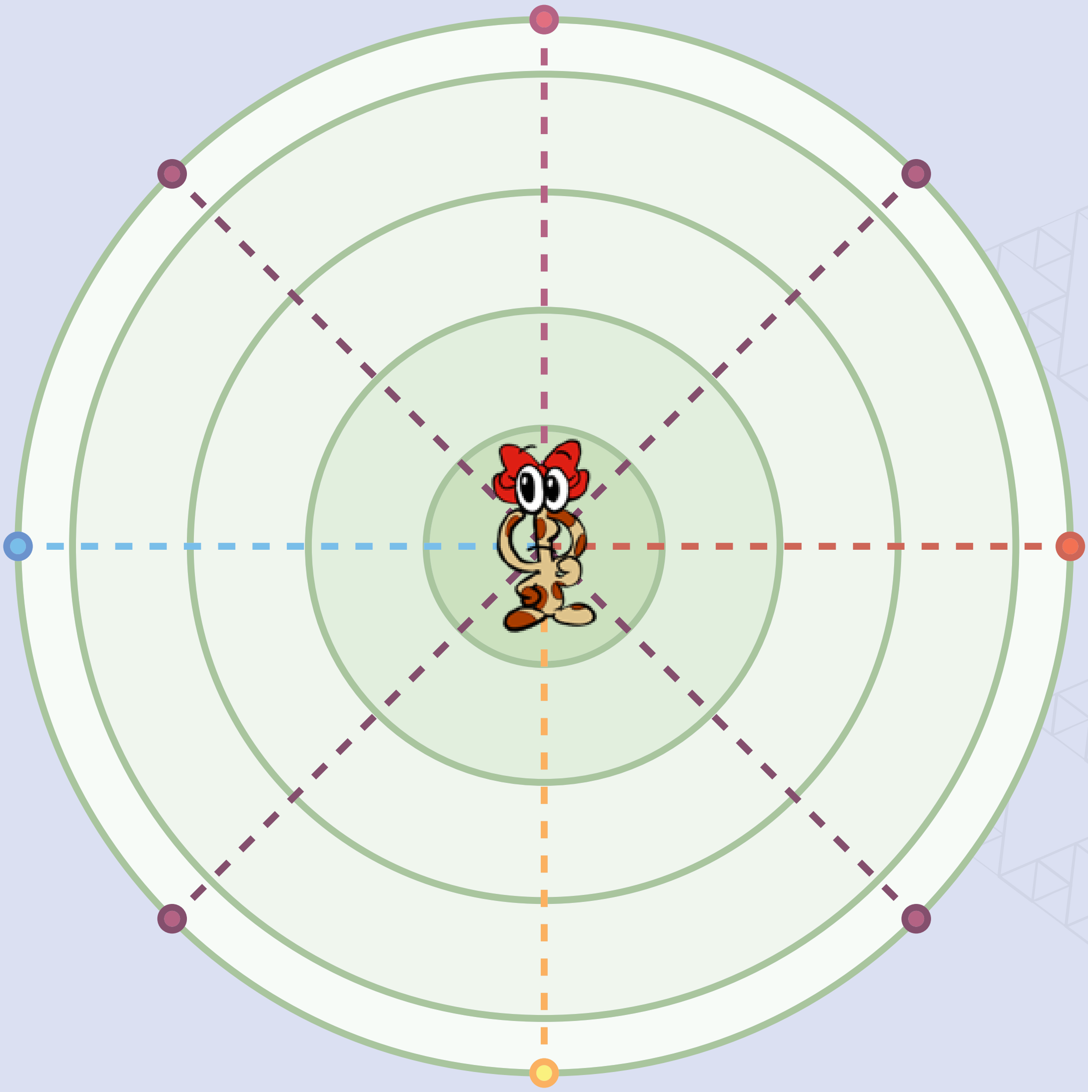
Phi **Phida** **Phiphi** **DesaPhio**



Encontre o caminho

Phiphi quer sair do centro do disco. Na figura, encontre o caminho para Phiphi.





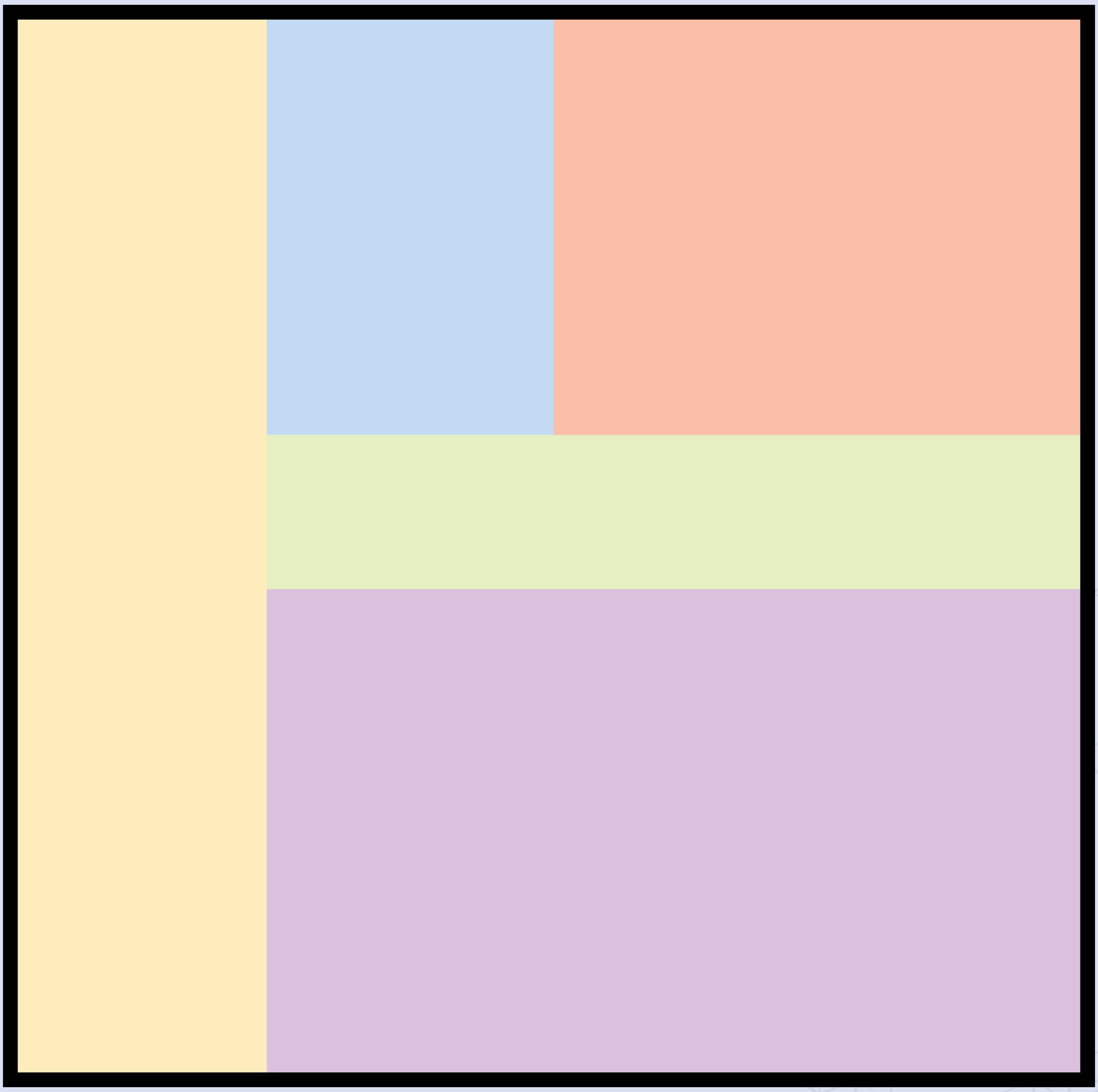
Arte com círculos

Observe abaixo o quadro Serpentina, da artista plástica brasileira **Beatriz Milhazes.** Em suas obras, as cores e as formas geométricas são elementos principais.

goo.gl/hHCyHp

Vamos imitar a artista Beatriz Milhazes? Usando círculos faça a sua obra de arte no quadro da página seguinte.

Conheça todos os artistas e matemáticos do livro no **Glossário** da página 84!



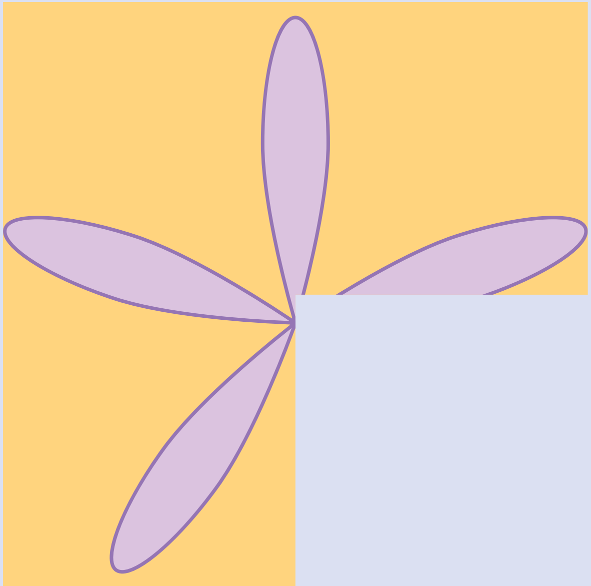
Amiga esquecida

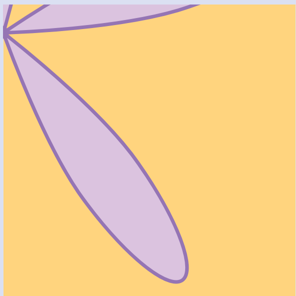
Phiphi tem dificuldade de lembrar nomes. Inventou um código secreto que relaciona letras e nomes. Descubra o nome da melhor amiga da **Phiphi**.

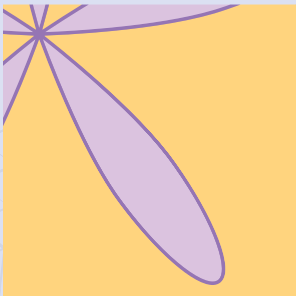
5-C	10-D	13-J	2-O	9-L	12-M	1-R
8-M	4-Á	15-H	6-E	14-F	3-S	7-A

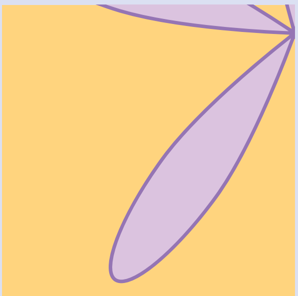
	O					A
	2					7

Qual peça que se encaixa?



(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

Construindo rosáceas

Usando compasso, siga os passos descritos abaixo e comece a construir rosáceas.

Passo 1

Com a ponta seca do compasso centrada no ponto **A**, trace um círculo. Esse círculo será o nosso círculo principal. Escolha um ponto no círculo. Chame-o de ponto **B**.

Passo 2

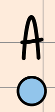
Agora, a partir do ponto **B**, marque outros 5 pontos, no círculo principal, centrando a ponta seca do compasso em cada ponto.

Passo 3

Agora desenhe 6 círculos, colocando a ponta seca do compasso em cada um dos 6 pontos do passo 2.

Se você não mexeu na abertura do compasso, todos os círculos devem passar pelo ponto **A**.

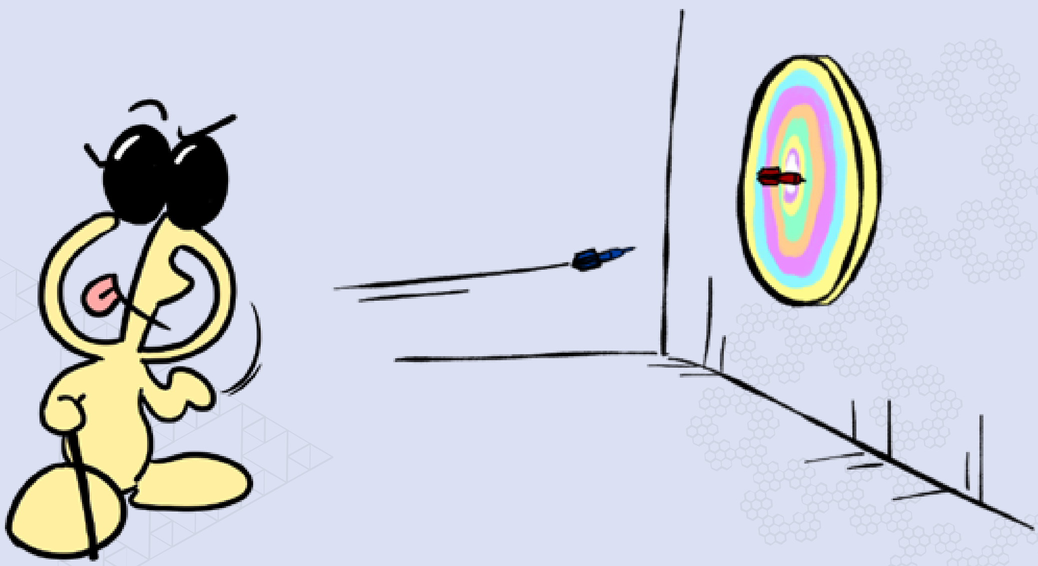
Apareceu uma rosácea!! Vamos pintá-la?


A

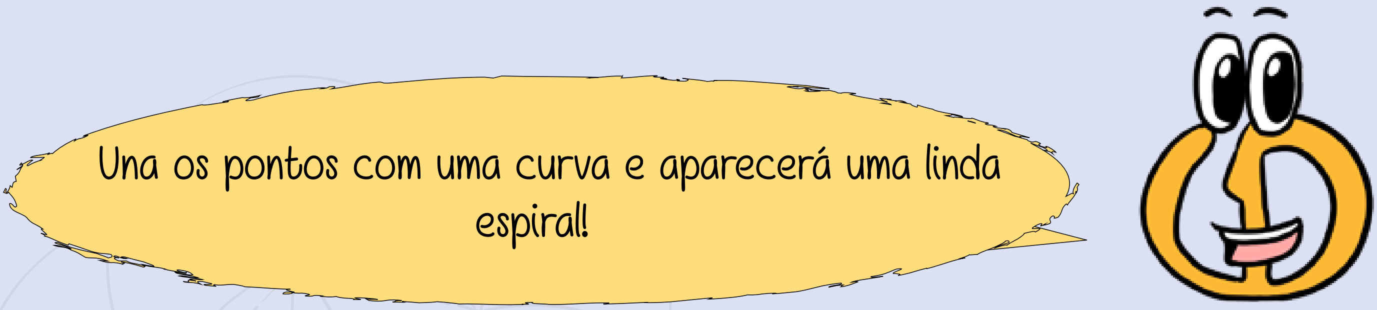
Na mosca!

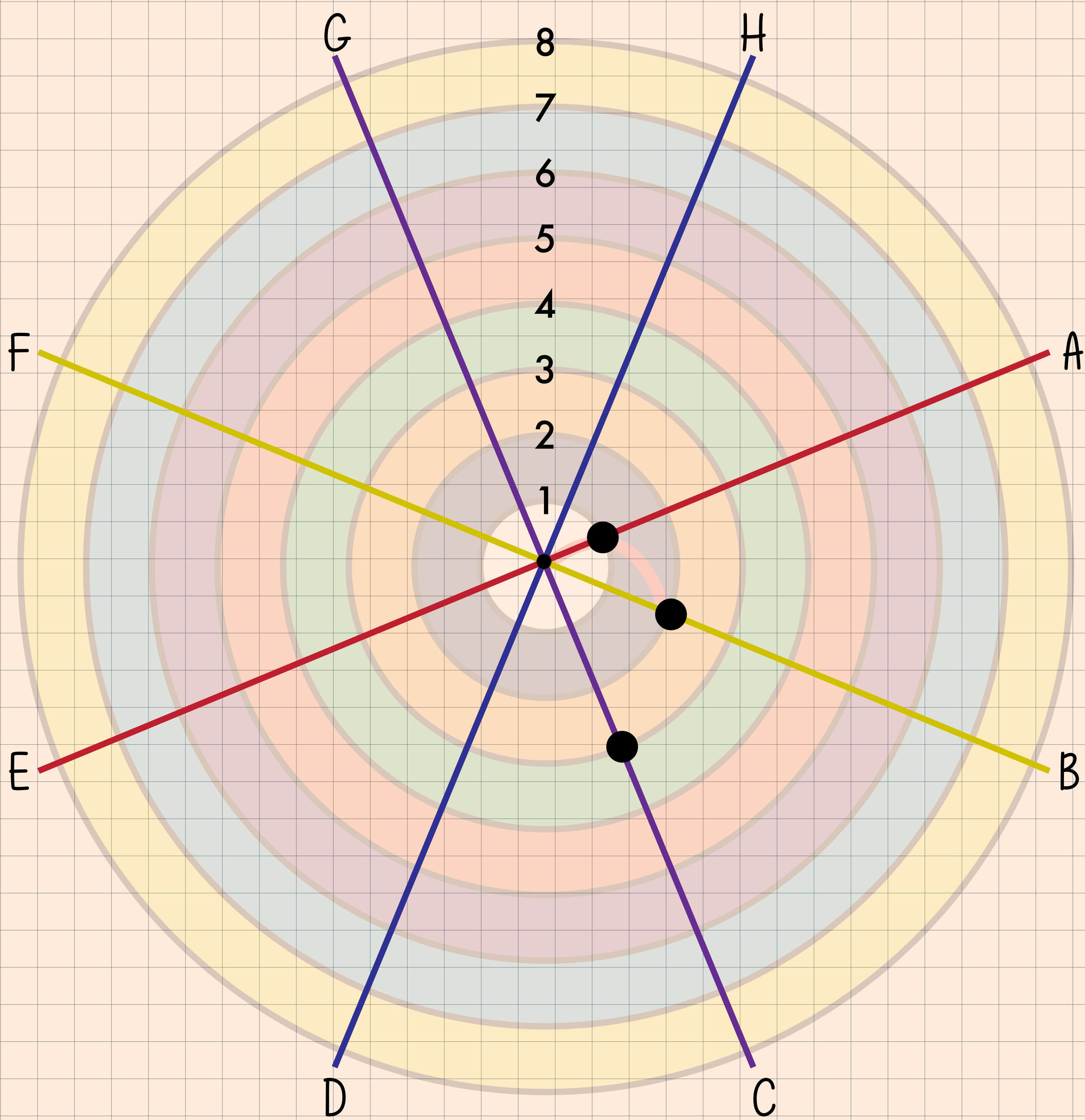
DesaPhio tem uma habilidade especial: alta precisão em atirar objetos no alvo que desejar.

DesaPhio escolheu uma maneira diferente de jogar: desenhou um alvo muito especial com 8 círculos e 8 raios. E acertou nas seguintes posições: a intersecção do raio **A** com o círculo 1, a intersecção do raio **B** com o círculo 2, a intersecção do raio **C** com o círculo 3, e assim por diante.



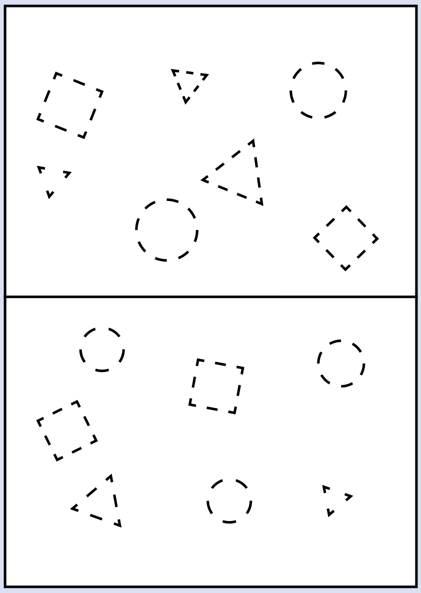
No alvo da página seguinte, marque todos os pontos que o DesaPhio acertou.




G
8
H
7
6
5
4
F
A
3
2
1
E
B
D
C

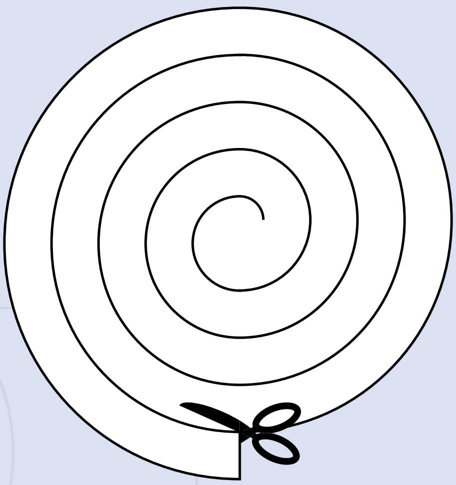
Cartão espiral

1) Numa folha de papel **A4** colorida, desenhe e pinte figuras geométricas.



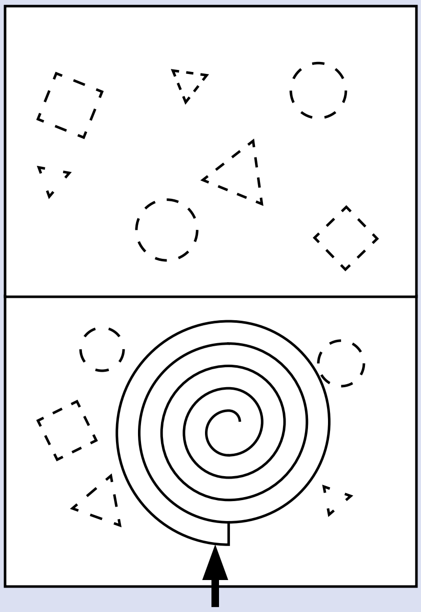
2) Na metade de outra folha de papel **A4** colorida (cor diferente da anterior) desenhe um círculo com centro no meio da folha.

3) Começando pelo lado de fora, crie uma espiral fazendo um corte circular como indica a figura abaixo.

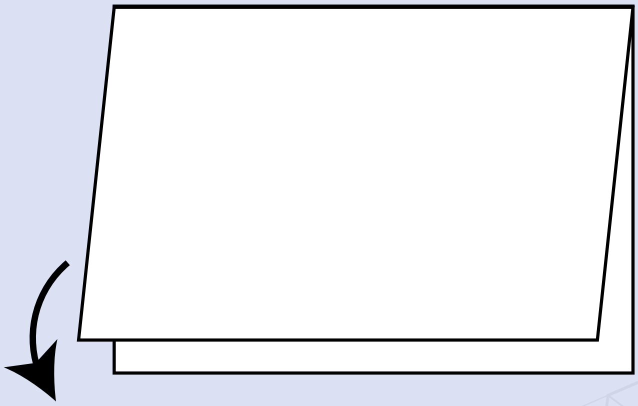


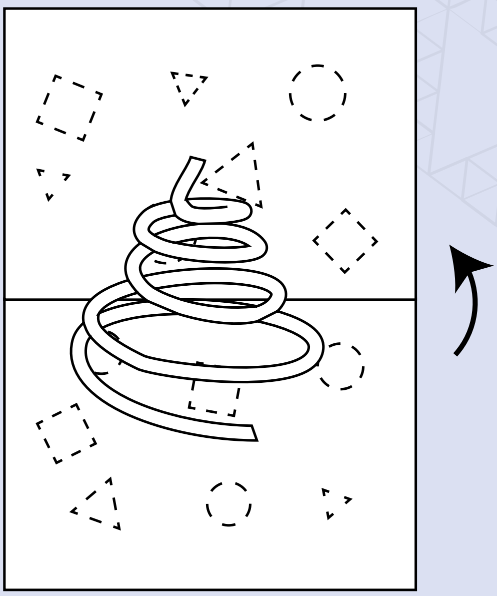
4) Cole a ponta da espiral no centro da parte inferior do cartão.

5) Cole no centro da espiral na parte superior do cartão.



Agora veja o resultado:





Curva do código da vida

Uma das descobertas mais importantes da Biologia foi realizada em 1953 pelos cientistas **Francis Crick** e **James Watson** quando apresentaram um modelo para a molécula de DNA formado de uma dupla hélice. No modelo, todas as moléculas de DNA consistem em duas faixas espiraladas.

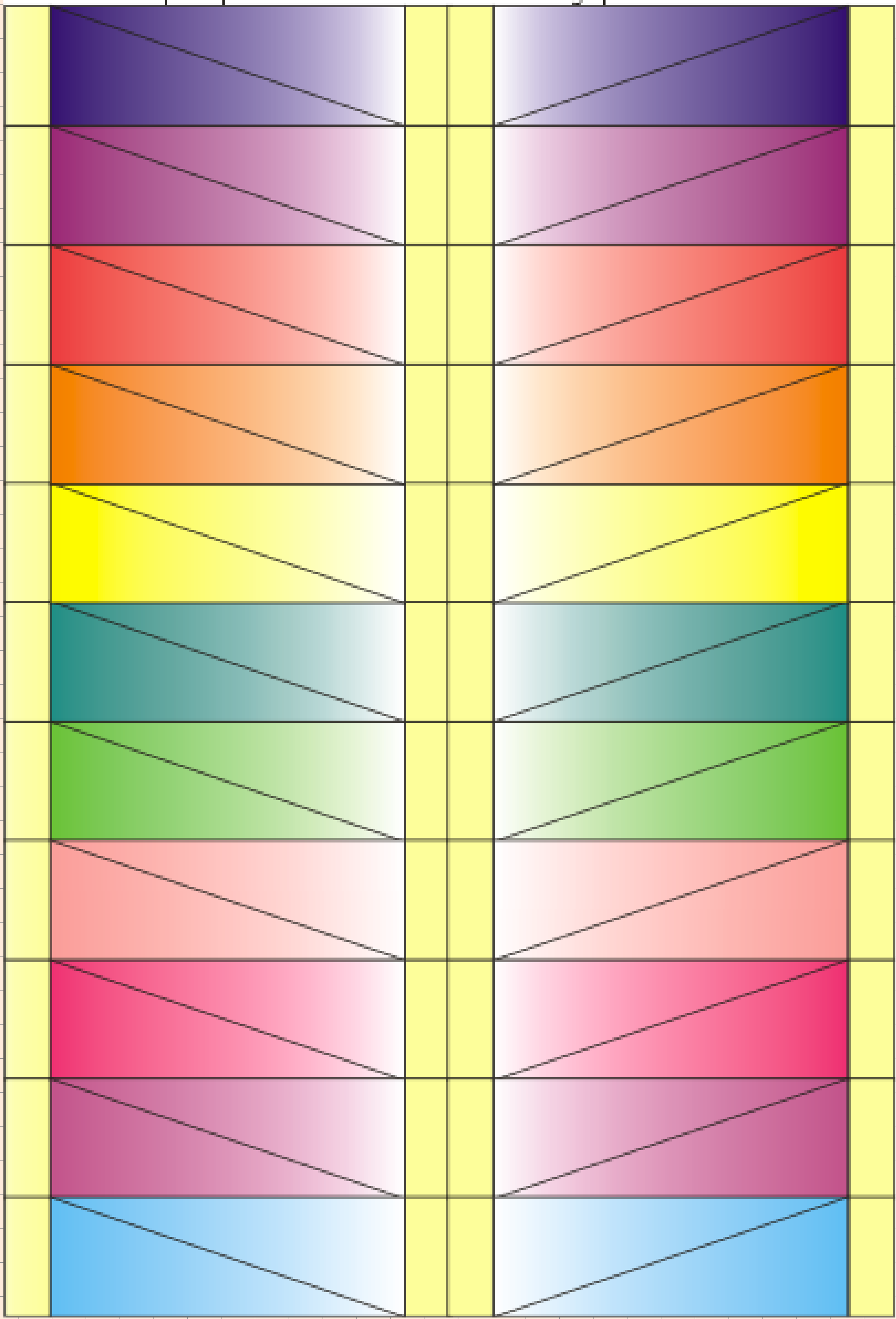
Hélices são curvas no espaço que têm propriedades muito especiais: curvatura e torção constantes (e não nula). Para saber mais consulte um livro de Cálculo.

Nesta atividade, **Phida** propõe que você construa a estrutura do DNA usando origami. Recorte a cartela que está na próxima página e siga os passos abaixo:

1) Dobre ao meio a cartela.
2) Dobre as bordas no sentido indicado.
3) Dobre as linhas contínuas todas para o "mesmo lado".
4) Dobre as diagonais tracejadas todas para o "outro lado" (de modo a ficar sanfonado).

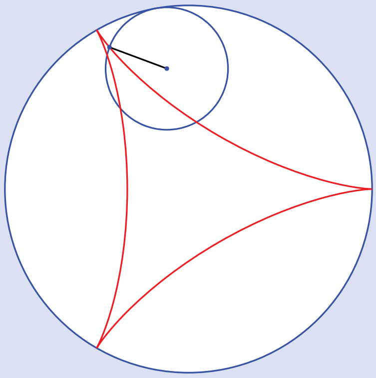
O vídeo youtu.be/_BNLvYGNW4g poderá ajudar você!

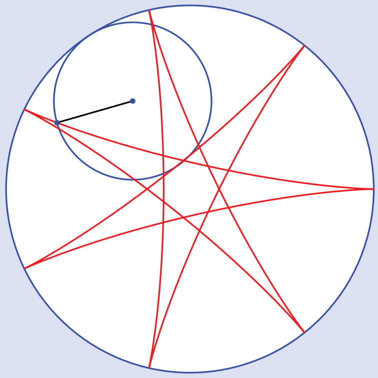
http://pensarteeartesanato.blogspot.com.br/



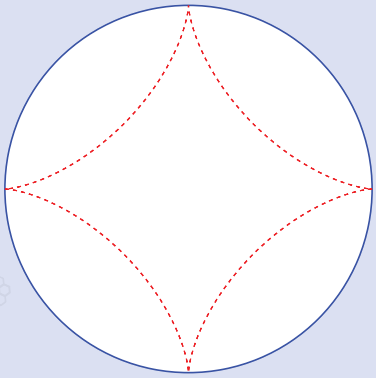
Curvas rolantes

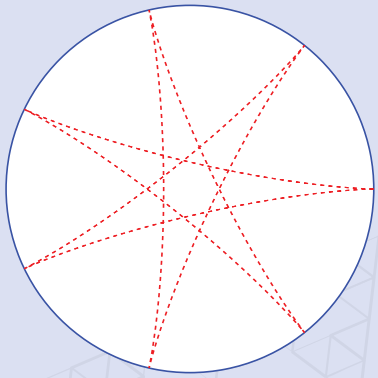
Olá! Nós somos as curvas rolantes! Aparecemos quando se gira um círculo por dentro de outro círculo.





Algumas curvas rolantes têm nomes especiais, outras não.





Eu tenho nome! Prazer! Eu sou a Astroide!

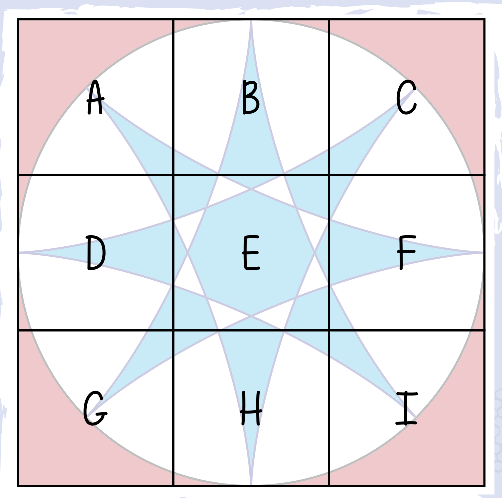
Eu não tenho nome especial. Como você me chamaria?

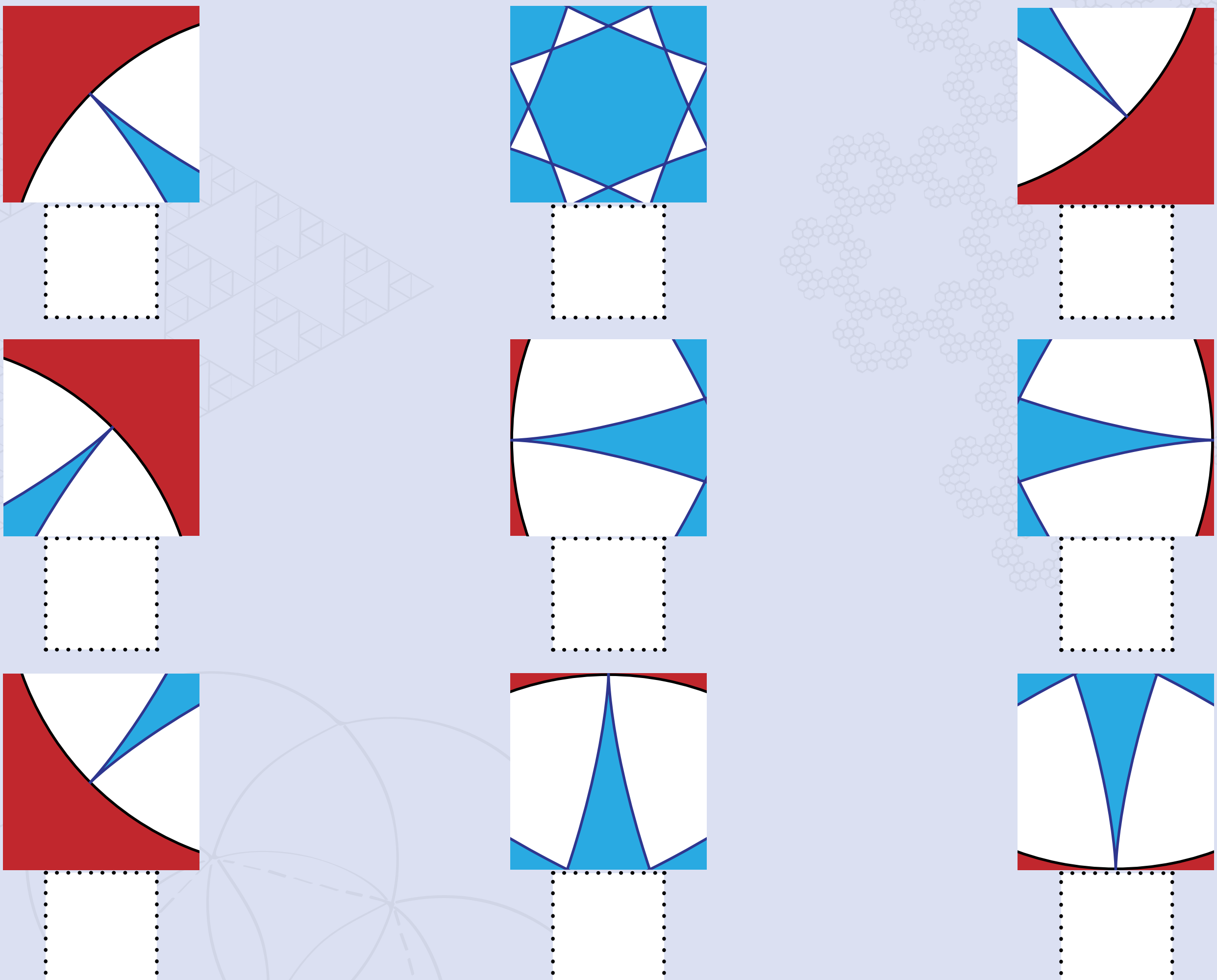
Nome: ______________________________

Agora é com você! Cubra e pinte as curvas de forma bem bonita!

Descubra a curva

Phiphi misturou as partes de uma de nossas curvas rolantes! Ajude **Phiphi** a montar novamente a curva descobrindo quais partes devem ser colocadas em cada letra.





Curvas Op Arte

Nesta atividade vamos aprender a desenhar um estilo artístico visual que usa ilusões óticas, conhecido como Arte Óptica ou Op Arte.

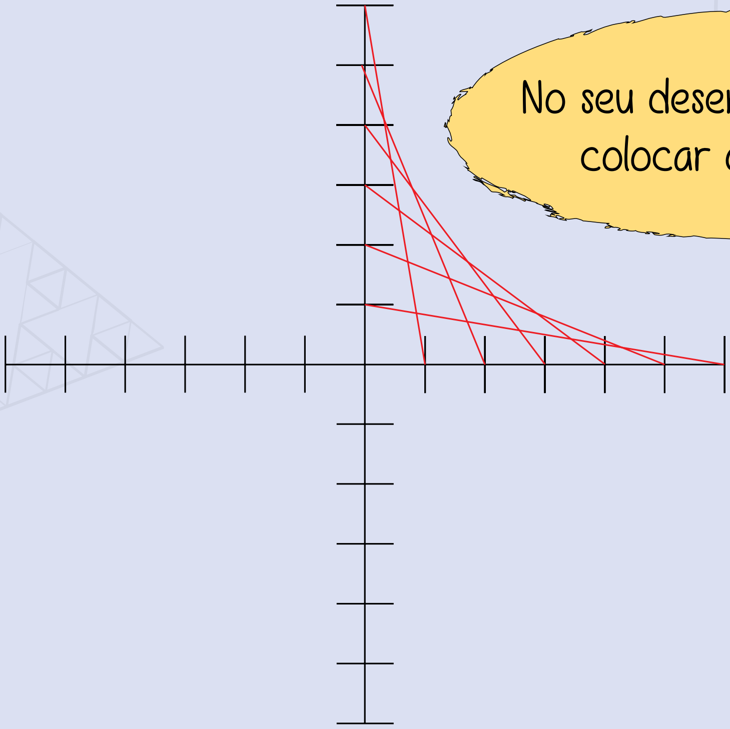
O artista **Victor Vasarely** é o "pai da Op Arte".

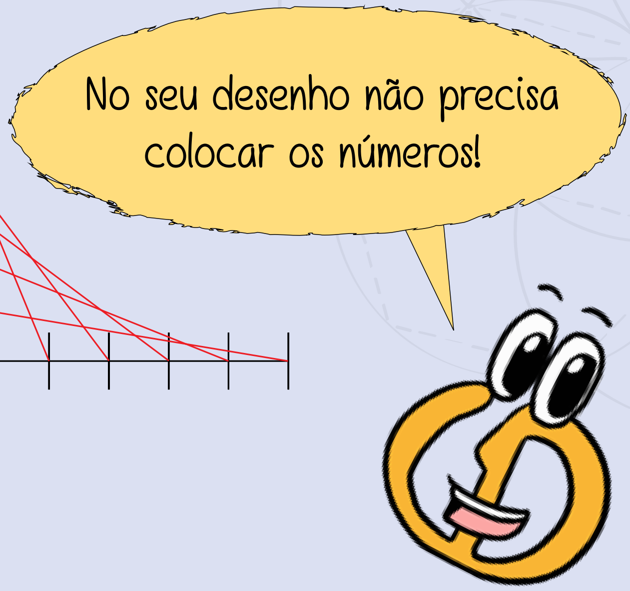
Você vai precisar dos seguintes materiais:
régua, lápis comum, lápis de cor e papel para desenho tamanho **A4**.

1) No centro do papel trace duas retas perpendiculares de, aproximadamente, 16 cm x 16 cm;

2) Marque, horizontal e verticamente, seis espaços com distância de 1 cm cada;

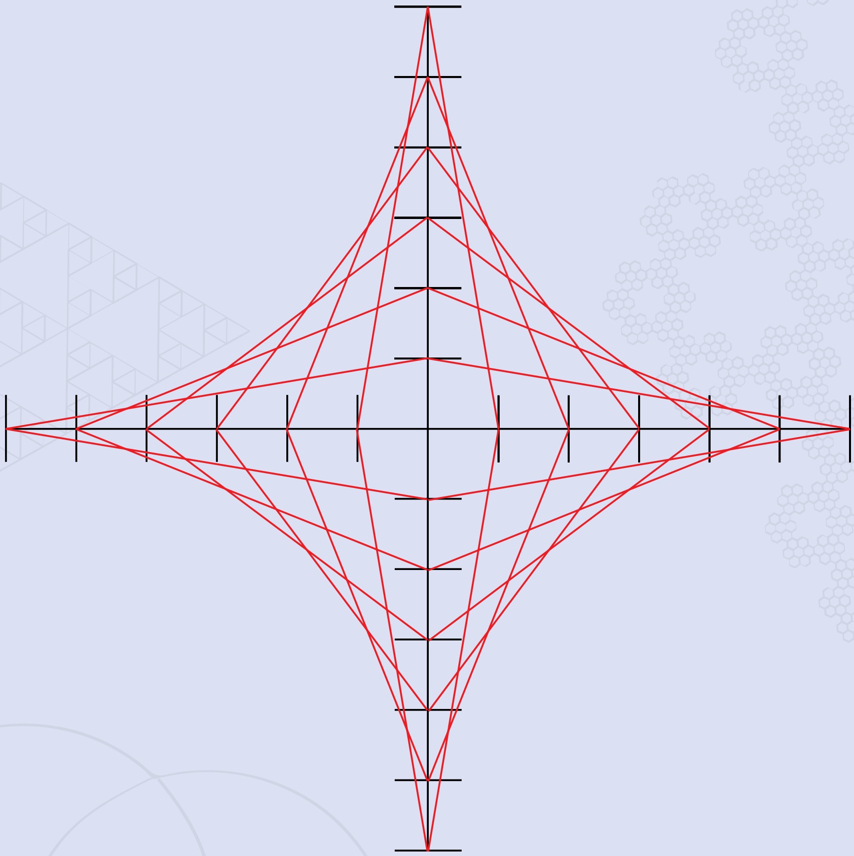
3) No primeiro quadrante, ligue, por retas, os pontos horizontais 1, 2, 3, 4, 5, 6 com os pontos verticais 6, 5, 4, 3, 2, 1, como na figura.





4) Repita o processo nos outros quadrantes.

O resultado final é a figura abaixo:

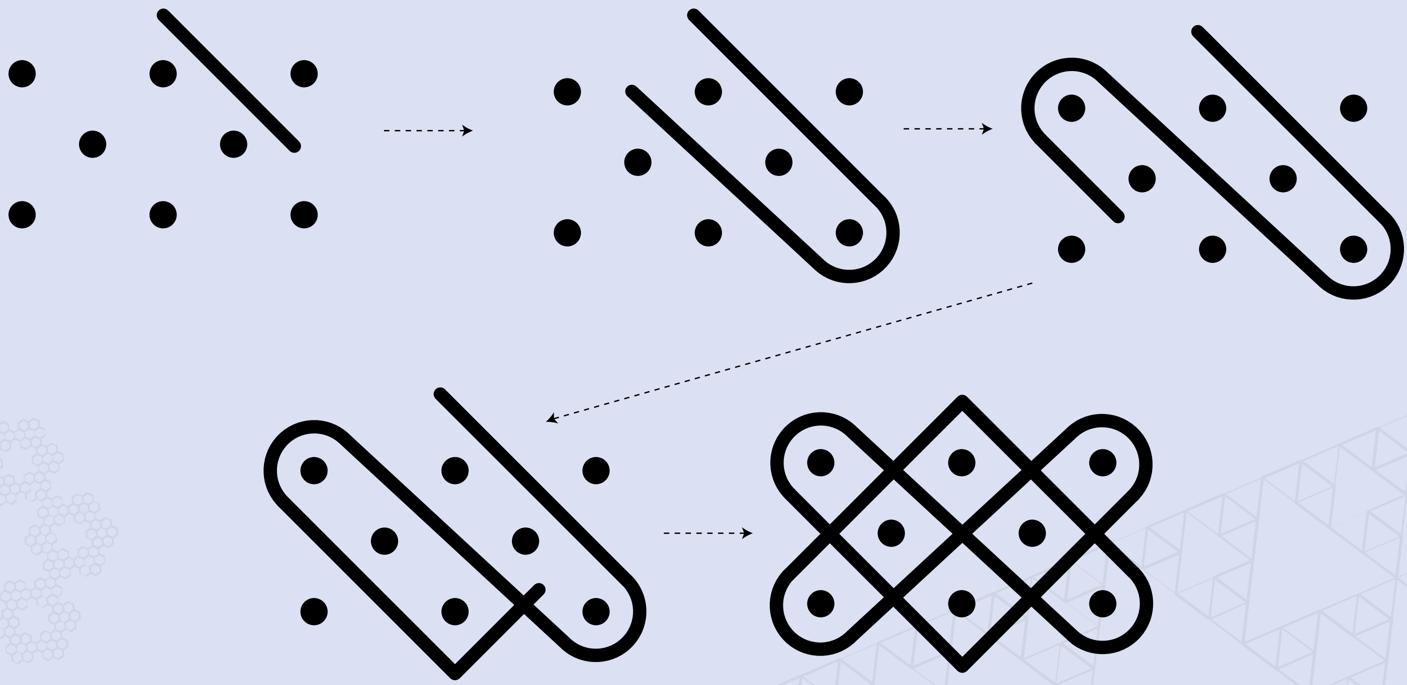


5) Agora vamos colorir usando o estilo Op Art. Para isso, pinte alternadamente os espaços com duas cores diferentes.

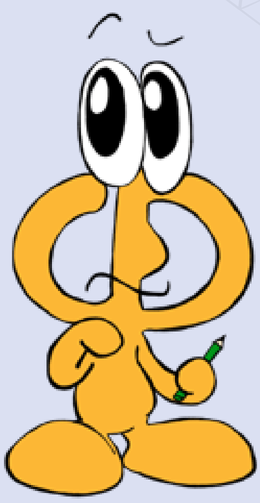
Simetria SONA

Na Angola existe um povo chamado **Cokwe** (lê-se "chócue"), que faz um belo desenho chamado **SONA**. Os sona são normalmente desenhos feitos sem levantar o pincel ou passar duas vezes por cima da mesma linha. Para fazê-lo, cria-se pontos de mesma distância que servem como suporte para o desenho.

Phi fez um belo desenho sona. A figura abaixo indica como **Phi** desenhou.

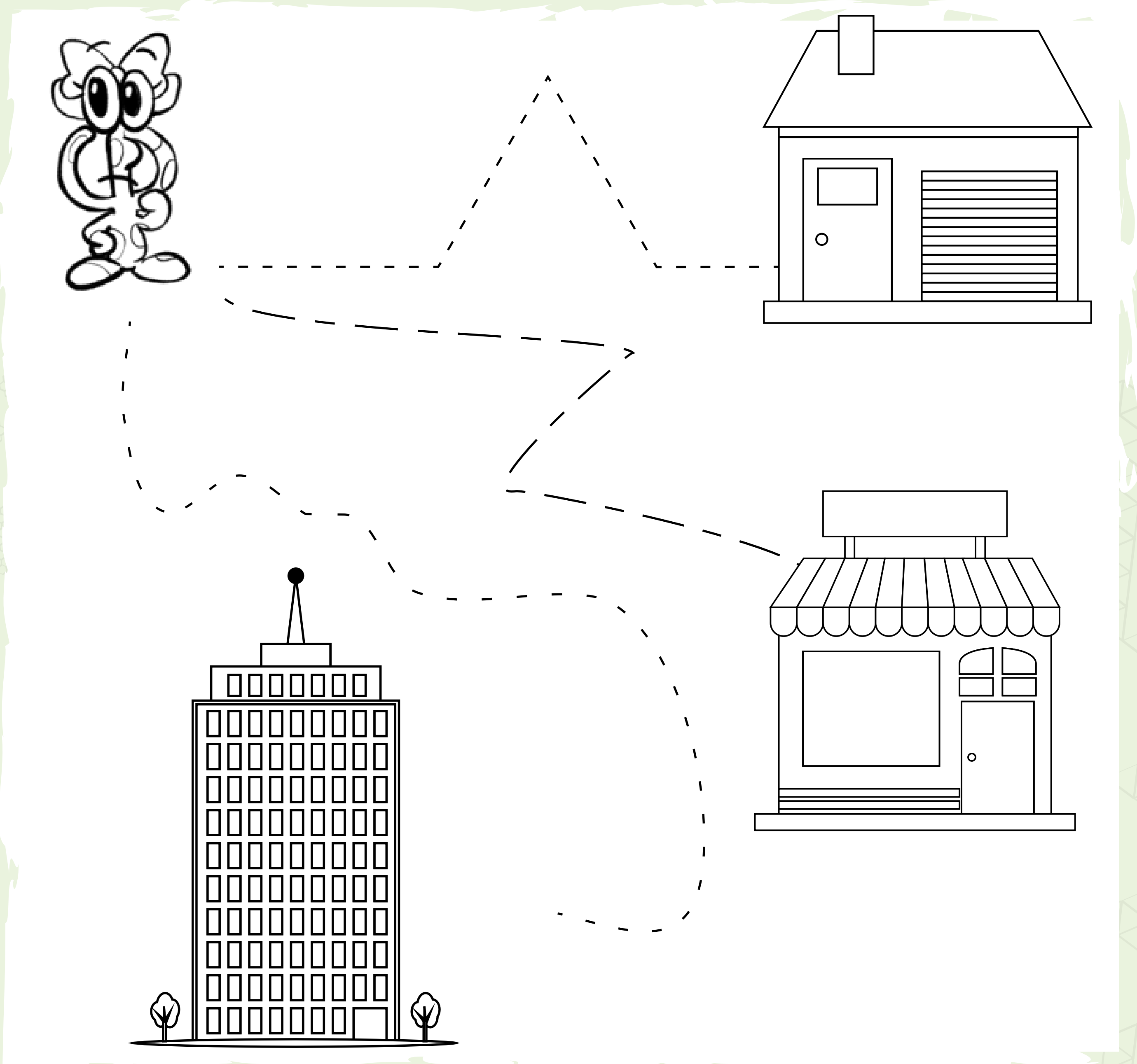


Faça como **Phi** e desenhe, na página seguinte, belos desenhos sona e aprecie a beleza da simetria na arte popular angolana.



Caminho Koch

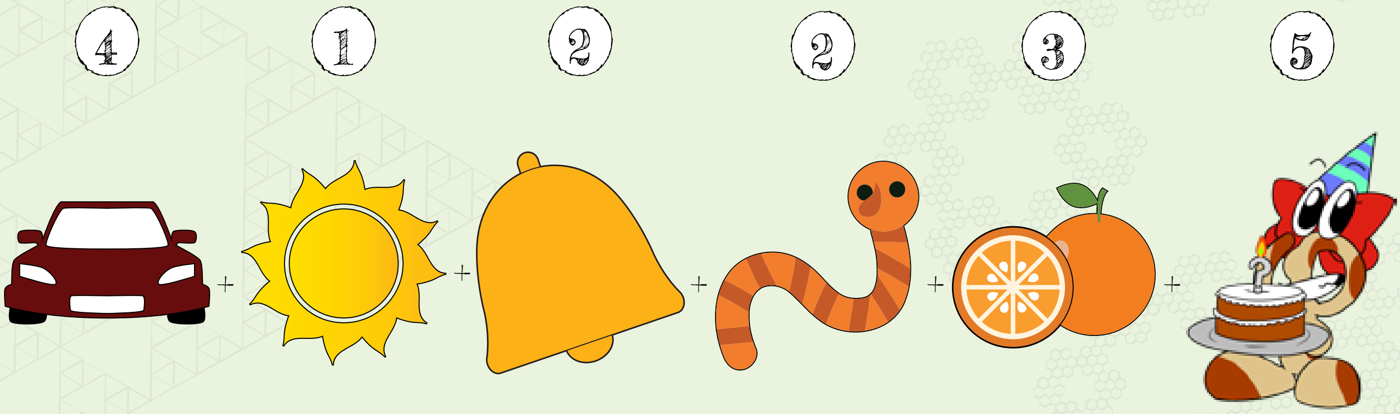
Phiphi deseja ir para sua casa por um caminho diferente: o caminho Koch. Você pode ajudá-la? Faça uma bela pintura e cubra o caminho para casa de vermelho.



Enigma Koch

Juntando as primeiras letras do nome das figuras abaixo, você descobrirá uma propriedade do caminho Koch.

A quantidade de letras de cada resposta está indicada no círculo.



Uma árvore matemática

Phi vai te ensinar a construir uma árvore muito interessante e divertida, uma árvore fractal. Siga as instruções abaixo e faça um lindo desenho na página seguinte.

1) Meça o lado superior do quadrado e marque seu ponto médio.

2) Coloque a ponta seca do compasso na marcação que você fez e a outra ponta numa das extremidades do lado. Gire e desenhe um semicírculo do lado de fora do quadrado.

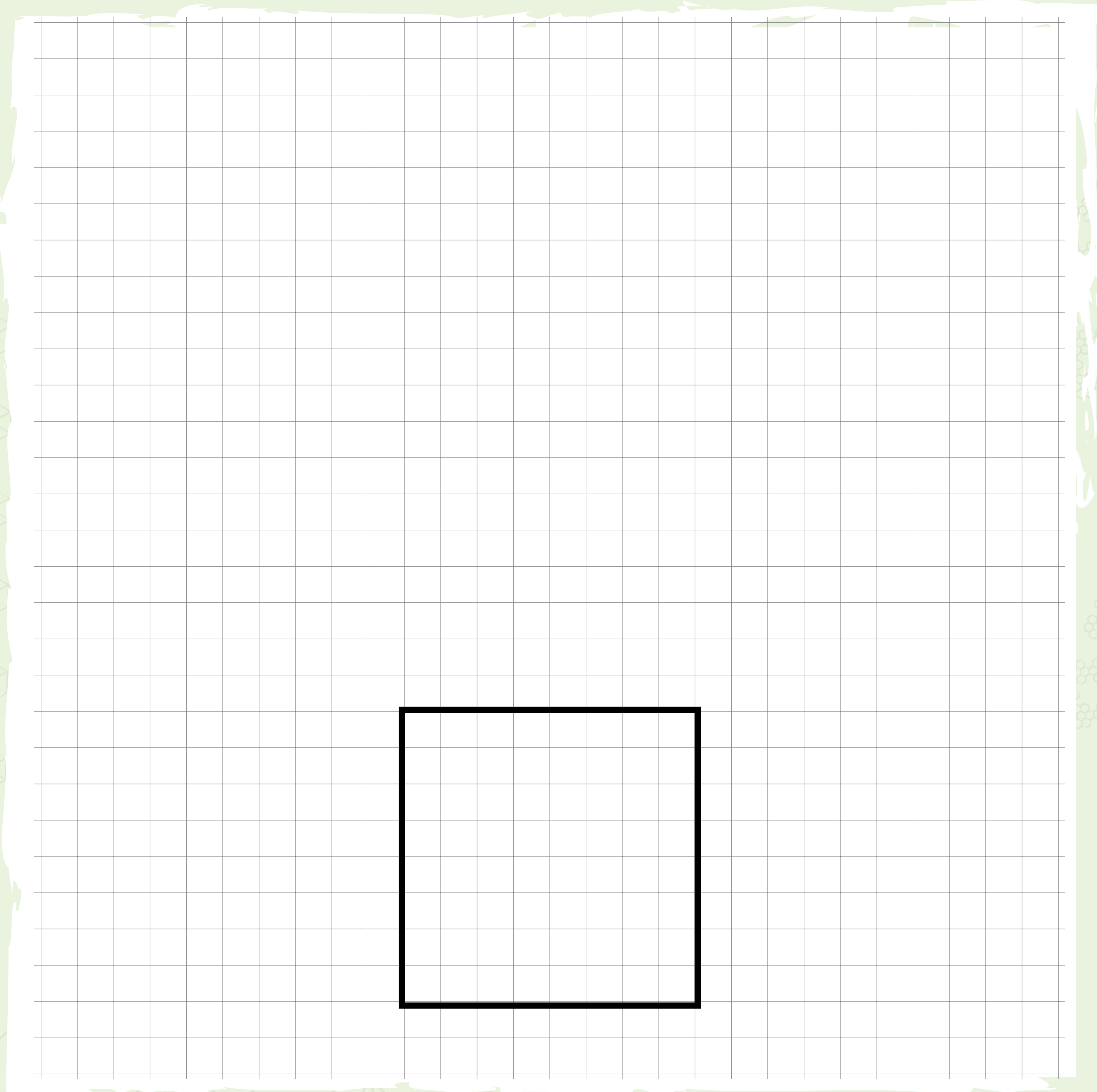
3) Desenhe uma reta perpendicular ao lado do quadrado que passe pela marcação do primeiro passo. Marque o ponto de encontro da reta com o semicírculo.

4) Ligue as duas extremidades do segmento com a marcação anterior para formar um triângulo.

5) Em cada lado do triângulo, desenhe um quadrado.

6) Retorne ao passo 1 e repita os passos nos dois novos quadrados.

Pinte o primeiro quadrado de marrom e os demais de verde.



DesaPhio!

Resolva a charada abaixo colocando em ordem as letras para completar com a palavra que falta.

a) Os triângulos da árvore fractal são chamados de triângulos _________________.

O	G	R	T	Â	E	N	L	U	S

b) A árvore fractal chama-se Árvore _________________, em homenagem a um dos teoremas mais famosos da Matemática, que envolve os catetos e a hipotenusa de um triângulo retângulo.

A	G	T	I	A	P	R	C	I	Ó

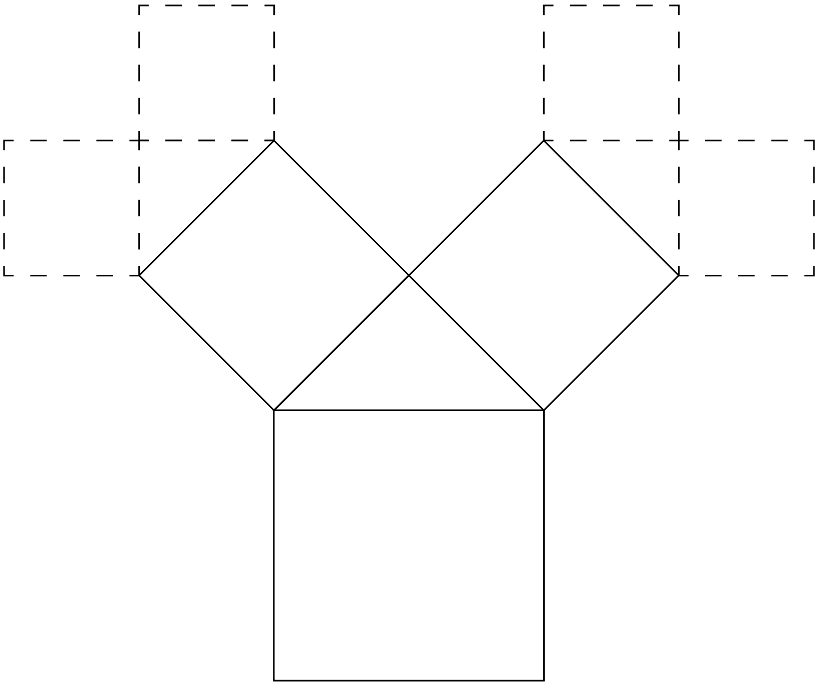
Frac-Pop-arte

Conheça um pouco sobre o movimento Pop Art e o artista plástico brasileiro **Lobo**.

goo.gl/yhRMbB

Sobre o artista Lobo você pode acessar:
goo.gl/todW8C

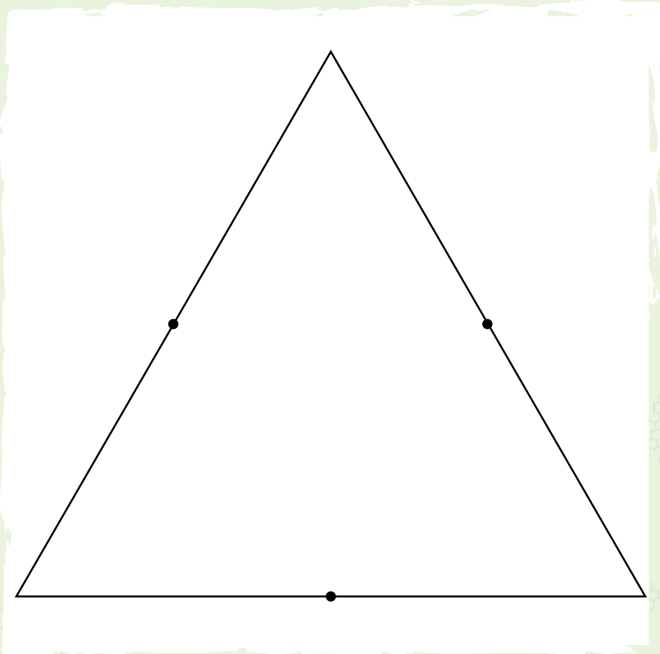
Agora, desenhe mais uma etapa da Árvore Pitagórica e inspirado na arte de Lobo, ilustre a sua árvore.



Um triângulo especial

Passo 1

Queremos desenhar uma figura muito especial. Para isto, ligue os pontos do triângulo.



Passo 2

Agora que você desenhou quatro triângulos, vamos "retirar" o triângulo central. Como não queremos recortar nossa figura, pinte o triângulo central de preto.

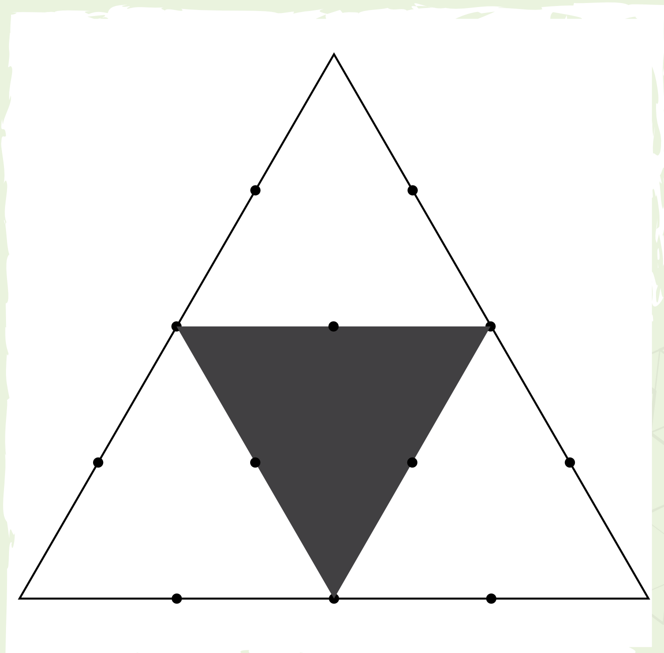
Passo 3

Nossa figura está quase pronta. Vamos colorir os triângulos que ficaram, com as cores vermelho, verde e amarelo.

Quantos triângulos você pintou que **não** são da cor preta?

Passo 4

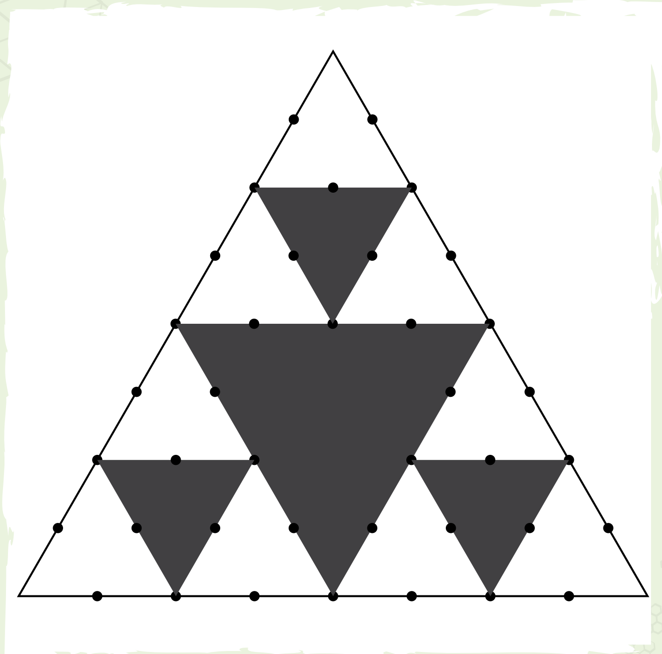
Vamos desenhar uma figura mais interessante? Ligue novamente os três pontos de cada triângulo, pinte os triângulos centrais de preto e repita o **passo 3** em cada triângulo.



E agora? Quantos triângulos você pintou que **não** são da cor preta?

Passo 5

Vamos fazer isso de novo? Ligue novamente os três pontos de cada triângulo e repita o **passo 3** em cada um.

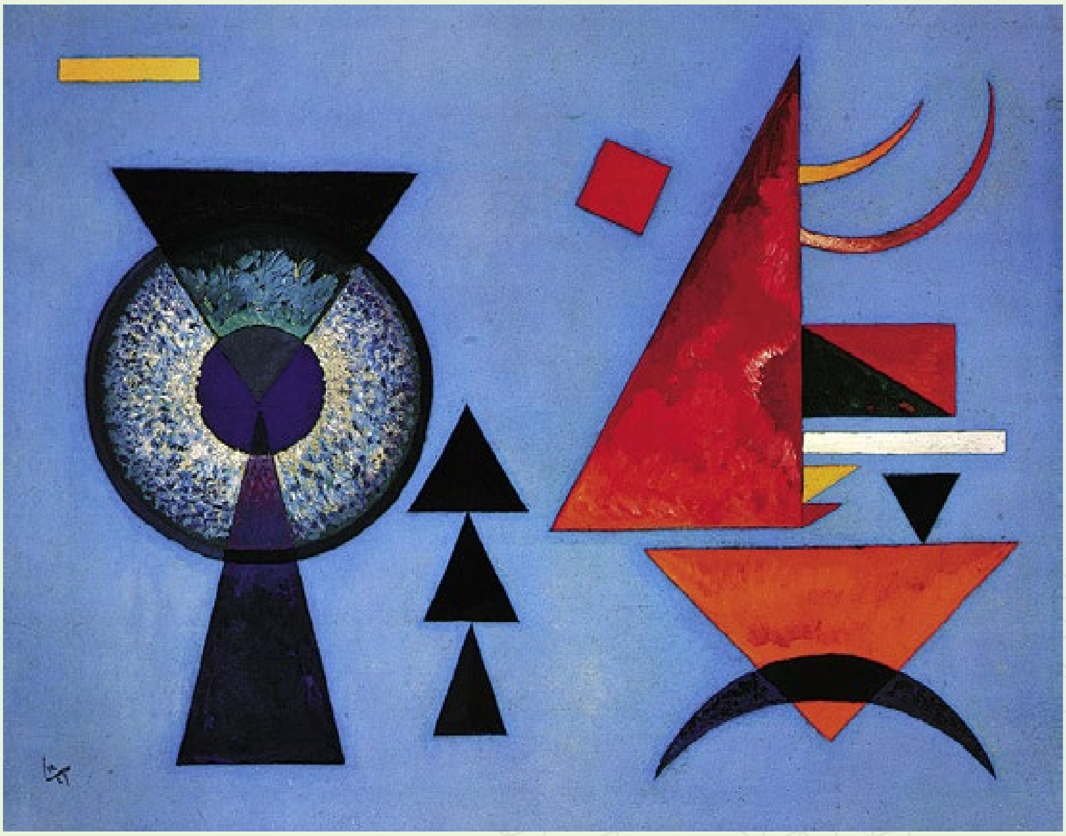


Agora, quantos triângulos você pintou que **não** são da cor preta?

Se você continuasse a brincadeira de ligar pontos indefinidamente, você criaria um triângulo especial, uma figura fractal chamada Triângulo de Sierpinski, em homenagem ao matemático **Waclaw Sierpinski**.

Frac-Sierpinski

Wassily Kandinsky (1866-1944) foi um artista plástico russo e um dos maiores representantes da Arte Abstrata. No quadro abaixo, pintou o “suave” usando tons de azul e o “rígido” usando tons de vermelho.



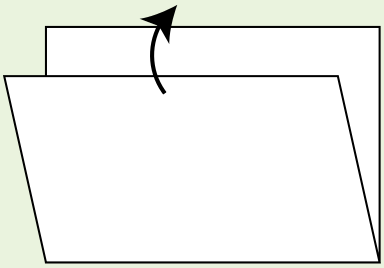
goo.gl/kJw87N

Vamos imitar o artista Kandinsky? Na próxima página, faça um desenho trocando os triângulos de Kandinsky pela imagem que você desenhou no passo 2 da atividade “Um triângulo especial”.

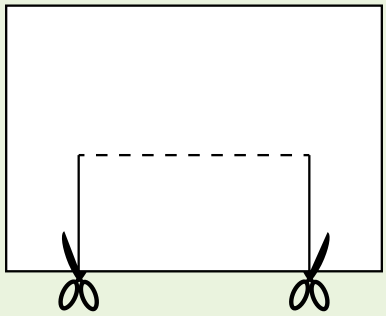
Degrau fractal

1) Dobre a folha ao meio;
2) Faça dois cortes como na figura;
3) A linha tracejada representa onde será feita uma dobra;
4) Dobre conforme a figura;

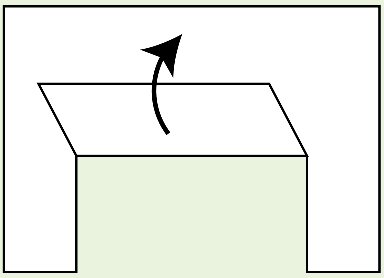
(1)



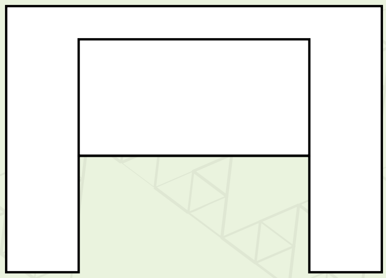
(2)



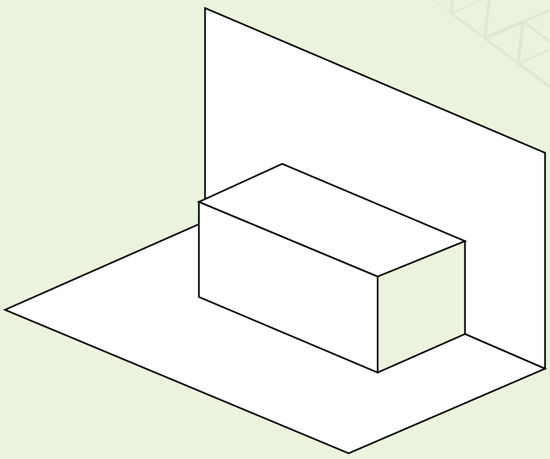
(3)



(4)



5) Esta é a primeira iteração do fractal. Abra as dobras de maneira que fique como no desenho abaixo.



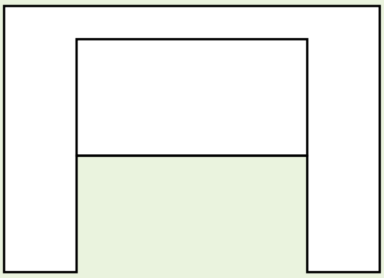
Vamos agora fazer outras iterações:

6) Dobre novamente como no último passo da sequência anterior;

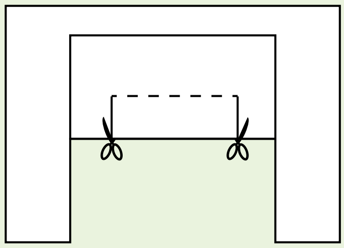
7) Faça novamente dois cortes como na figura;

8) Marca da dobra;

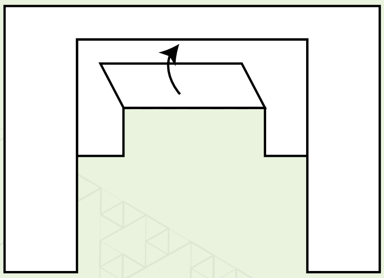
(6)



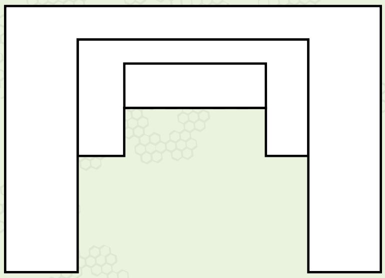
(7)



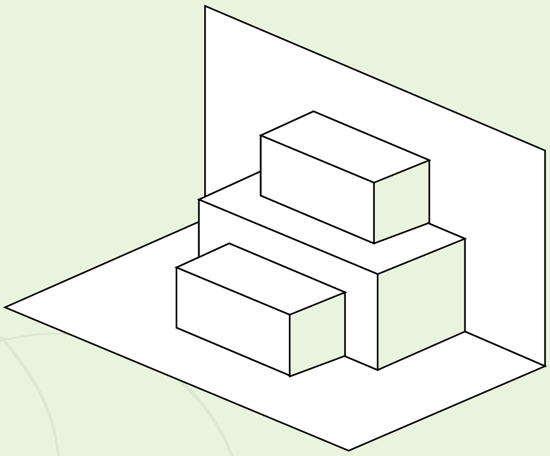
(8)



(9)

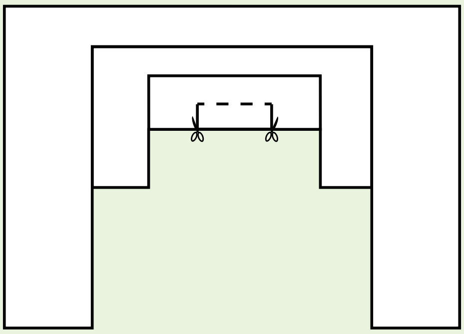


9) Dobre conforme a figura. Está pronta a iteração!

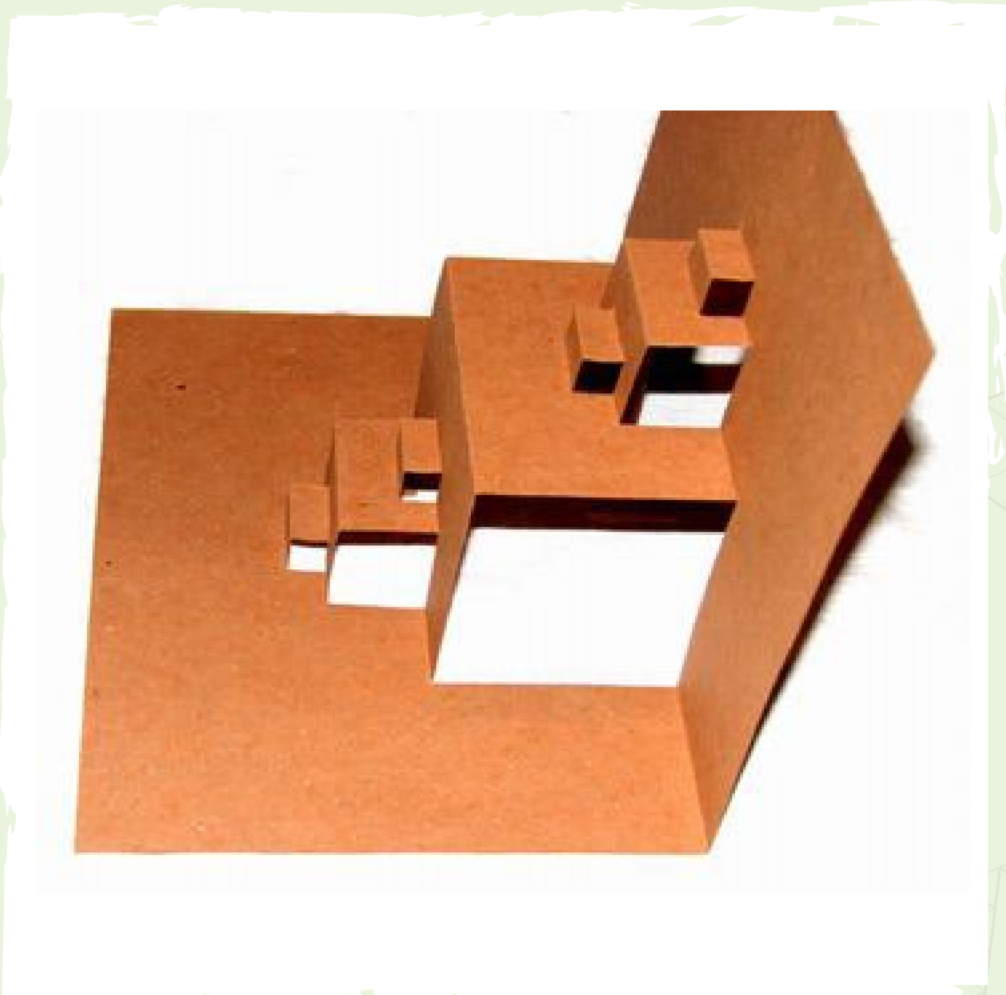


10) Voltando à dobra anterior, pode se fazer o corte para a terceira iteração;

(10)



Veja o resultado na foto abaixo:



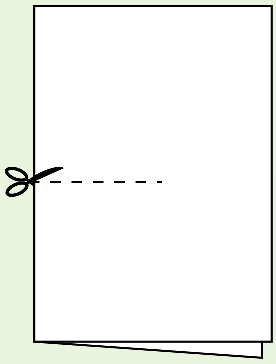
goo.gl/iK3Wiq

Cartão Sierpinski

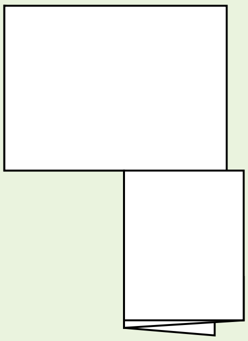
Pegue um pedaço de papel, segure-o horizontalmente e dobre-o ao meio. Pode ser uma folha de papel A4.

1) Transversal a dobra e na sua metade trace uma linha até a metade do papel. Corte na linha tracejada e faça vinco dos dois lados. Abra a folha e no seu verso puxe o objeto formado.

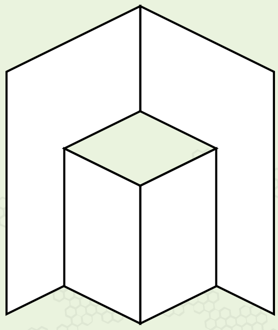
(a)



(b)

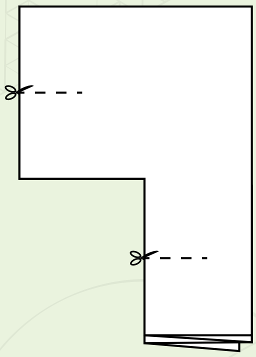


(c)

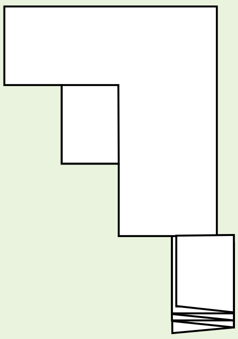


2) Volte para a posição (b) e repita o primeiro passo nas duas dobras, com a metade das medidas.

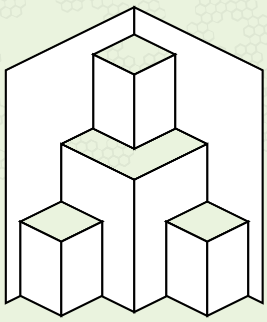
(d)



(e)



(f)



3) Volte para a posição (e) e repita o primeiro passo nas duas dobras com a metade das medidas.

goo.gl/xtCg92

Use a sua criatividade para confeccionar lindos cartões fractais. Veja alguns:

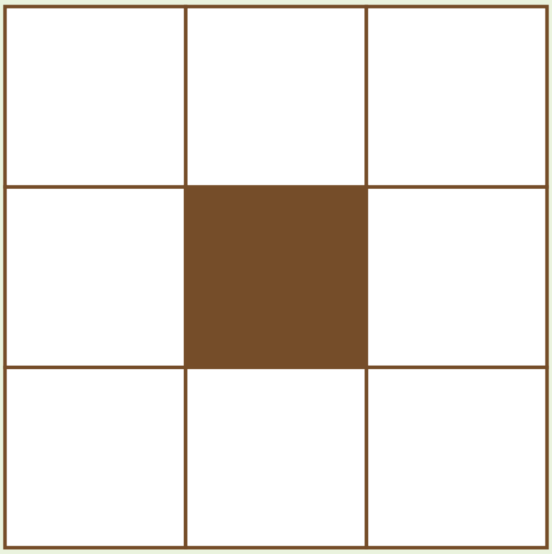
goo.gl/AaQu4h

goo.gl/Nr7QLe

goo.gl/PGMiG9

Tapete furado

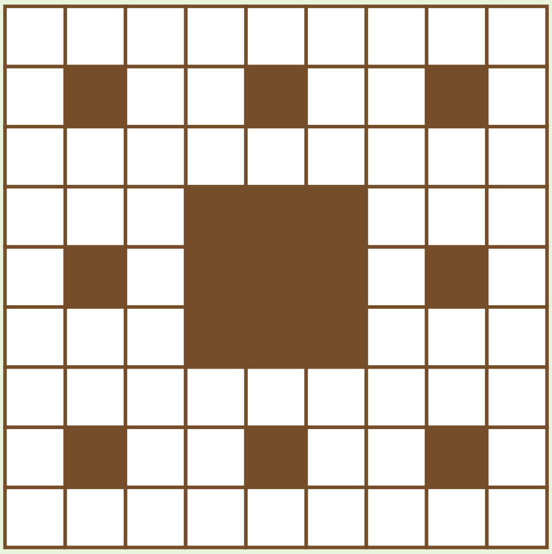
DesaPhio dividiu os lados do quadrado em três partes iguais e retirou o quadrado central (como não queria recortar a figura, pintou o quadrado central de marrom).



Observe que o lado do quadrado retirado é $\frac{1}{3}$ e a área de um quadrado é **lado x lado**.

Qual a área do quadrado que **DesaPhio** pintou, sabendo-se que o lado do quadrado inicial é igual a 1?

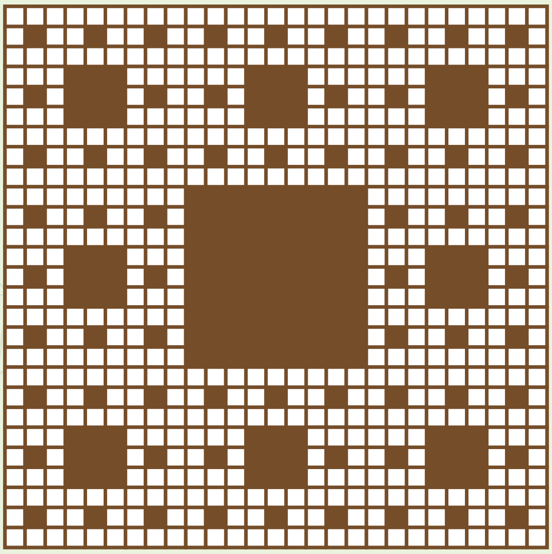
Ainda intrigado com a nossa figura, **DesaPhio** dividiu cada um dos lados dos oito quadrados em três partes iguais. Em cada quadrado, retirou o quadrado do centro (pintou de marrom). Vamos chamar o método do DesaPhio de **regra de iteração**.



Observe que os quadrados retirados têm lado $\frac{1}{9}$.

Quantos quadrados foram retirados **desta vez** e qual a área de cada quadrado que **DesaPhio** pintou?

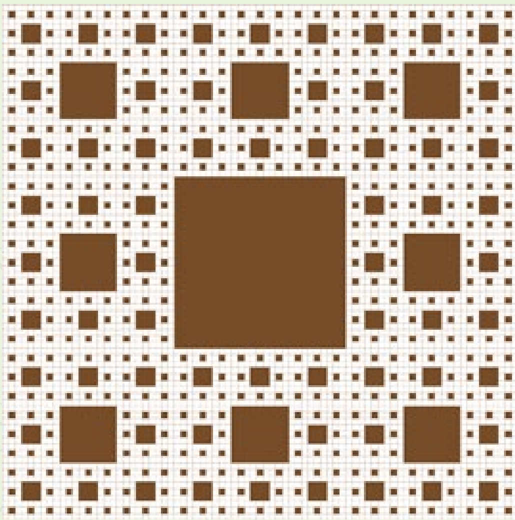
Como **DesaPhio** gosta muito de resolver enigmas, dividiu novamente os lados dos quadrados em três partes iguais e retirou os quadrados centrais (pintou de marrom).



Observe que os quadrados retirados têm lado $\frac{1}{27}$.

Quantos quadrados foram retirados **desta vez** e qual a área de cada quadrado que **DesaPhio** pintou?

DesaPhio continua o processo de construção e desenha as seguintes figuras:



EURECA! Descobri um padrão para calcular a área no **passo n**!

Para você descobrir o padrão encontrado por **DesaPhio** complete a tabela abaixo:

Passos	Número de quadrados retirados	Área do quadrado retirado
0	$1 = 8^0$	$\frac{1}{9 \times 9^0}$
1	8^1	$\frac{1}{9 \times 9^1}$
2		
3		
...	...	...
n		

$$\frac{1}{9} = \frac{1}{9 \times 9^0}; \quad \frac{1}{81} = \frac{1}{9 \times 9^1}; \quad \frac{1}{9^4} = \frac{1}{9 \times 9^3}$$

Repetindo este processo indefinidamente **DesaPhio** construirá uma figura plana chamada Tapete de Sierpinski.

As características do Tapete de Sierpinski definem figuras denominadas **Fractais**, termo cunhado pelo pai da Geometria fractal, o matemático **Benoit Mandelbrot.**

Para calcularmos a área do Tapete de Sierpinski, primeiro vamos somar a área dos quadrados retirados vezes o número de quadrados retirados, ou seja,

$$8^0 \times \frac{1}{9 \times 9^0} + 8^1 \times \frac{1}{9 \times 9^1} + 8^2 \times \frac{1}{9 \times 9^2} + 8^3 \times \frac{1}{9 \times 9^3} + 8^4 \times \frac{1}{9 \times 9^4} + \dots + 8^n \times \frac{1}{9 \times 9^n} + \dots$$

Note que a expressão acima é uma progressão geométrica infinita com termo inicial $a = \frac{1}{9}$ e razão $r = \frac{8}{9}$.

Portanto, para calcularmos a área do Tapete de Sierpinski basta subtrair da área do quadrado inicial a área total dos quadrados retirados. Qual é o resultado final?

A fórmula da soma de uma progressão geométrica infinita é

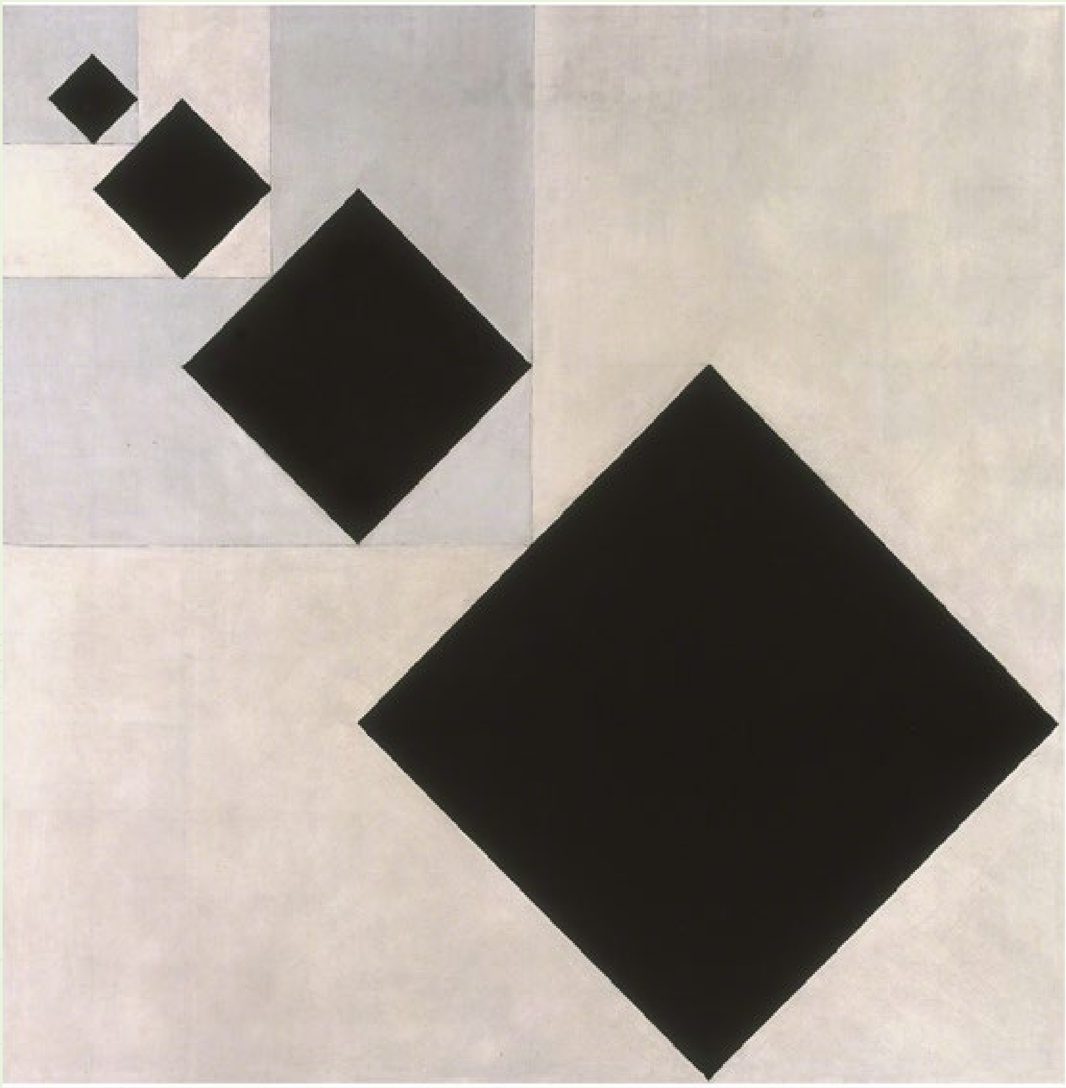
$$\frac{a}{1 - r}$$

Furando o quadrado inicial infinitamente vamos retirar toda a área dele?!

Quando brincamos com o **infinito**, muitas coisas interessantes e diferentes acontecem.

Frac-Tapete Van

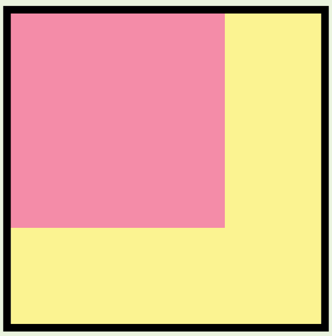
O artista holândes **Theo Van Doesburg** (1883-1931) usava a matemática de forma direta em suas pinturas. No quadro abaixo, chamado Composição Aritmética, Van Doesburg passa a sensação de movimento pintando uma sequência de quadrados cujos lados têm tamanhos o dobro um dos outros (ou a metade se olharmos do maior para o menor).



goo.gl/AVSw3K

Vamos fazer uma releitura da obra de Van Doesburg? Siga as instruções abaixo e faça uma linda obra na página seguinte.

Desenhe um quadrado de lado 1 e divida os lados em três partes iguais, retire (pinte) um quadrado de lado $\frac{2}{3}$, como indicados na figura abaixo com a cor rosa. Pinte os quadrados restantes com as cores indicadas ou com as de sua preferência.



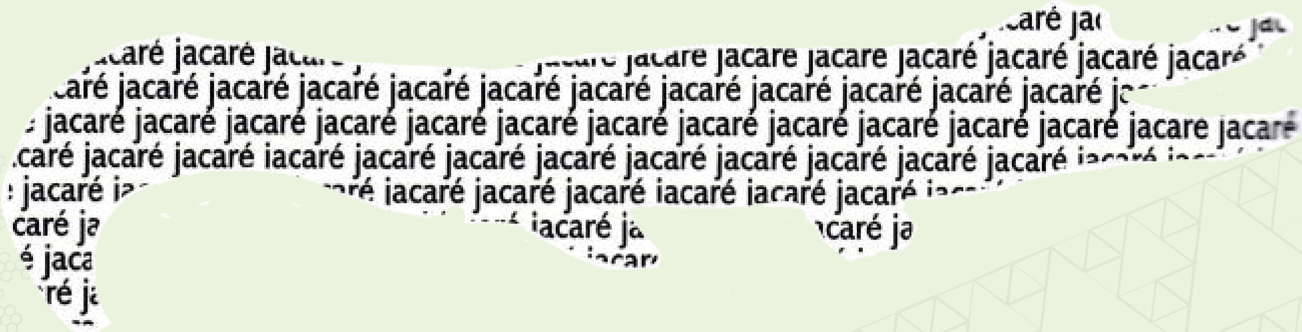
Este processo é uma regra de iteração. Você vai repetir a regra nos quadrados que não foram pintados de rosa.

Para compor a sua obra, inspirada na pintura de Van Doesburg, faça 2 iterações usando a regra de iteração e substitua os quadrados da obra Composição Aritmética pelos seus.

Fractal letrado

Existem poemas que usam palavras para formar uma figura. Estes poemas são ideias para serem "vistas" como uma escultura ou uma pintura. Eles são chamados CALIGRAMAS.

Observe o poema "Jacaré letrado" de **Sérgio Capparelli.**

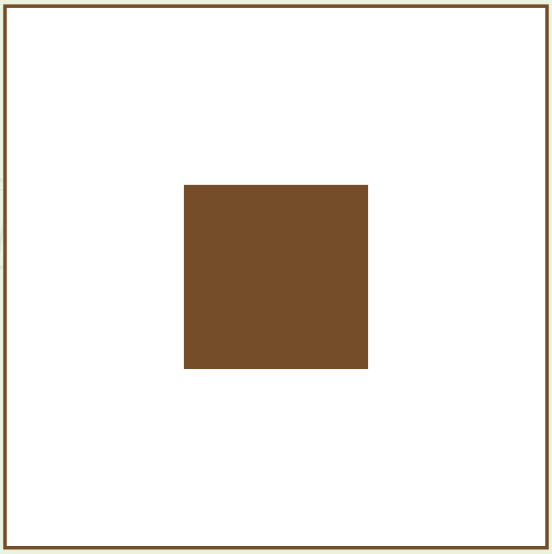


goo.gl/dYgLNN

Quero fazer um caligrama com a palavra FRACTAL!

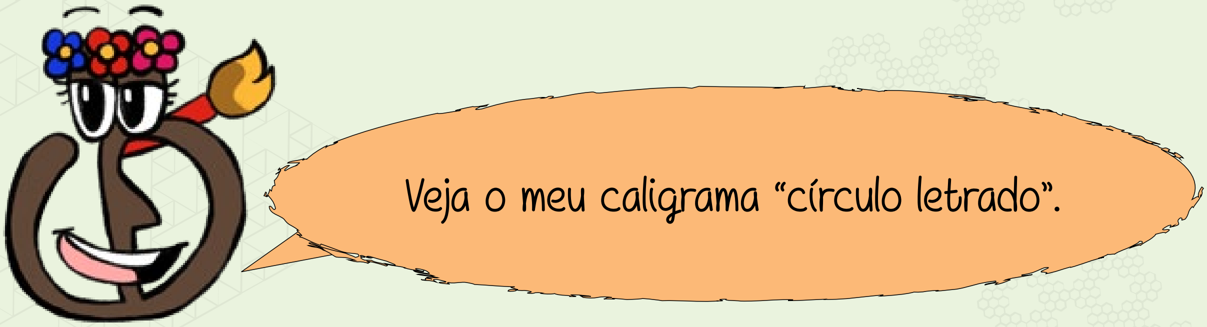
Que ótima ideia. Faça um fractal letrado! Faça assim:

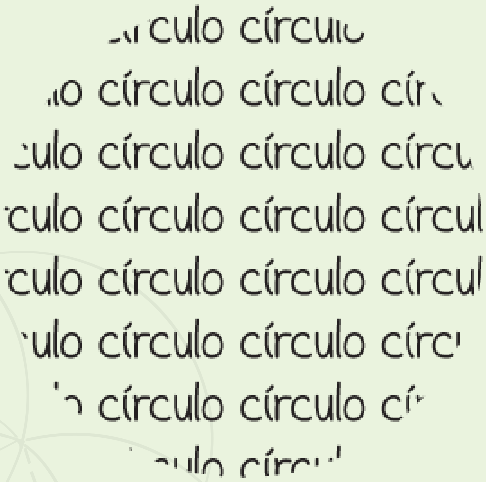
1) Em uma folha de rascunho, desenhe o seguinte tapete:



2) No verso da folha, escreva a palavra "fractal" em toda a página.

3) Vire a folha e recorte a figura e o quadrado do centro (quadrado marrom). Está pronto o seu caligrama!





Não entendi o meu poema!

Não fique triste. Vou ajudá-la. É muito fácil, basta responder as seguintes perguntas:

a) A palavra **letrado** tem o sentido de **culto**. Mas no título do seu caligrama "Fractal letrado" tem outro sentido. Qual é?

Culto é alguém que tem grande conhecimento.

b) No seu caligrama, o que você vê?

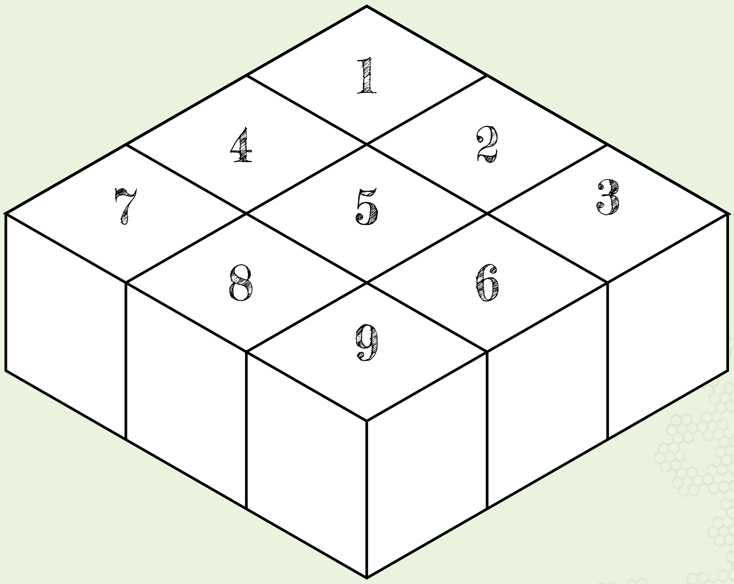
(i) A imagem que forma o fractal
(ii) A palavra **fractal**
(iii) As duas ao mesmo tempo: imagem e palavra

c) Para fazer um outro caligrama você poderia manter o mesmo formato, mas precisaria mudar algo? O quê? E como ficaria?

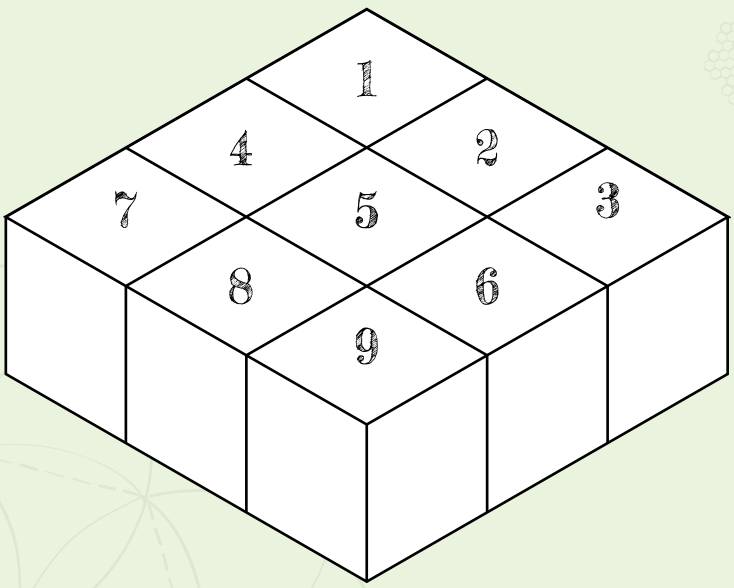
Esta atividade foi baseada na Unidade 2 do livro "Recriando Sentidos", disponível em: **goo.gl/r9AmG9**

Esponja matemática

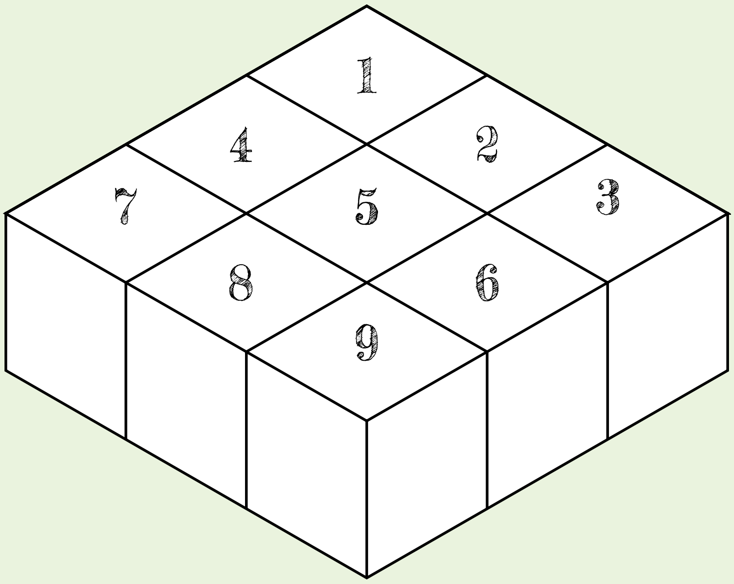
Phi quer construir uma esponja muito especial usando três pisos feitos de cubos colados. Ajude Phi retirando (pintando de preto) o cubo de número 5 (o cubo do meio do piso):



No segundo piso da construção da esponja, retire (pinte de preto) os cubos 2, 4, 5, 6 e 8.



No terceiro piso da construção da esponja, retire (pinte de preto) o cubo 5.

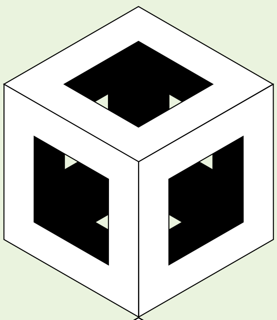


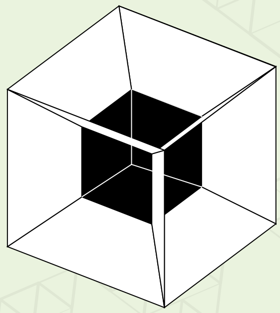
Complete:

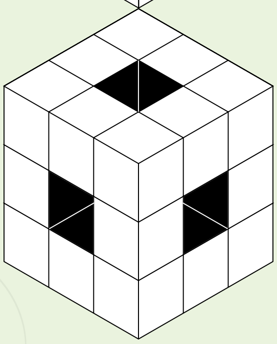
a) Quantos cubinhos têm (no total) os três pisos?______ .

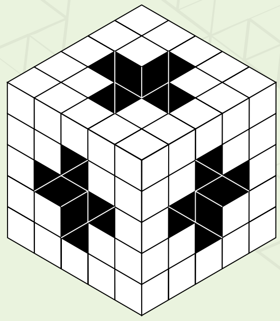
b) Quantos cubinhos foram pintados de preto (no total)? ________ . Então sobraram apenas ______ cubinhos brancos.

Para completarmos a primeira etapa da esponja, considere que os cubos pintados de preto foram retirados e cole os três pisos. Qual, entre os objetos abaixo, é o objeto gerado nesta etapa?

(a) 

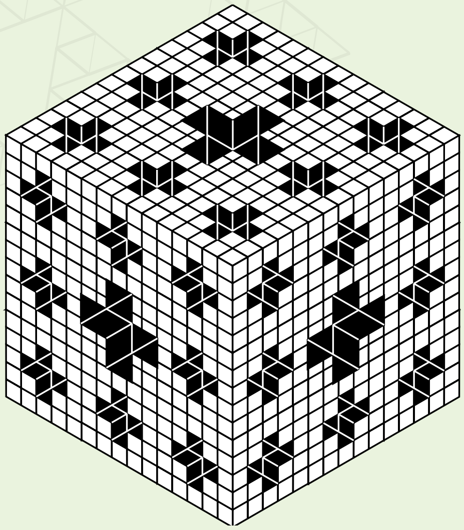
(b) 

(c) 

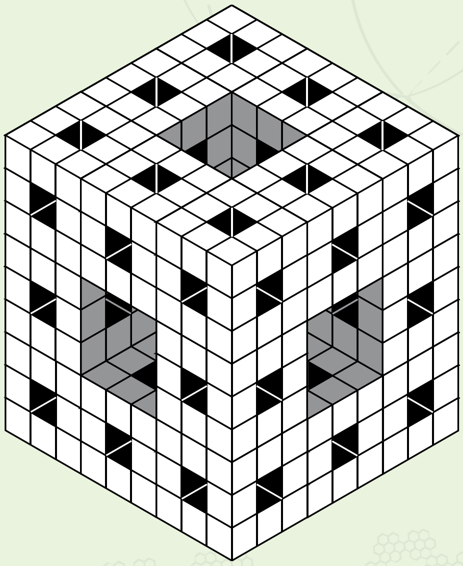
(d) 

DesaPhio gostou muito da esponja que **Phi** construiu e propôs o seguinte desafio: se você fizer a mesma construção mas, ao invés de usar cubinhos comuns, usar o cubo que acabou de construir, qual das imagens abaixo seria a nova esponja?

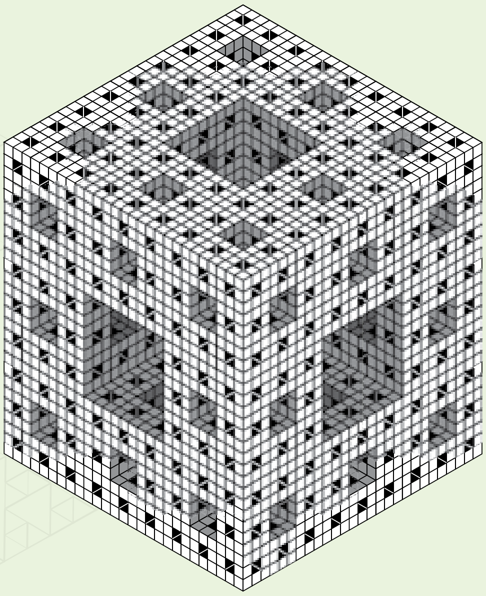
(a)



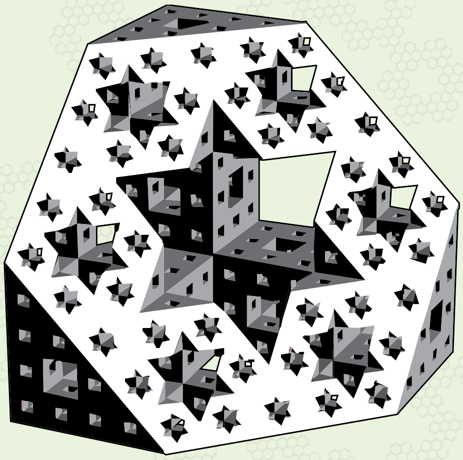
(b)



(c)



(d)



Repetindo este processo indefinidamente, **Phi** construirá um fractal espacial chamado Esponja de Menger, em homenagem ao matemático **Karl Menger**.

Calculando dimensão fractal

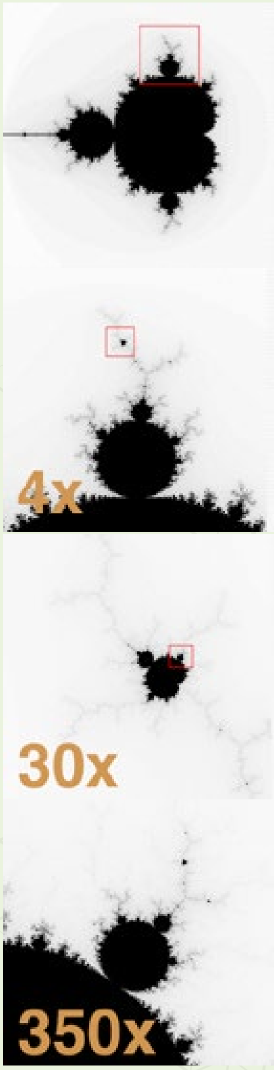
DesaPhio quer introduzir uma ideia da Geometria Fractal que ajuda a identificarmos se um objeto é um fractal: dimensão fractal.

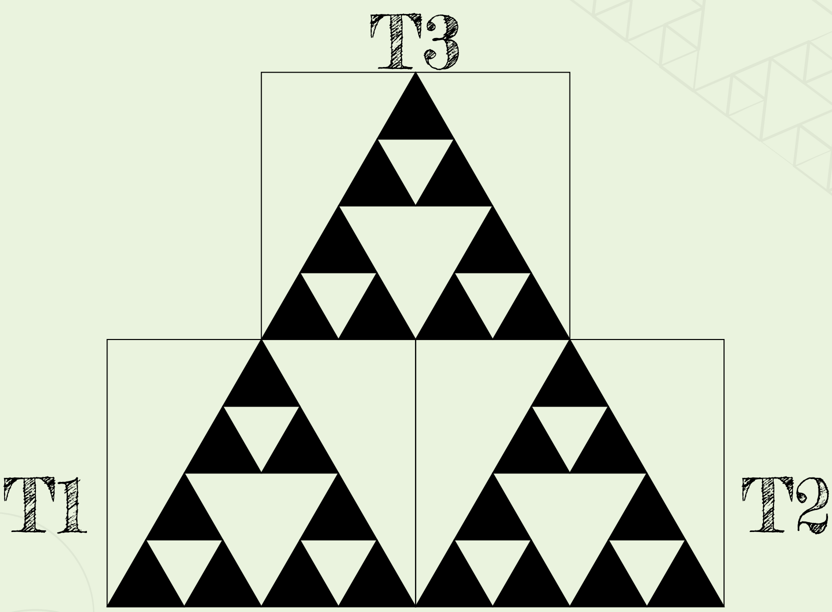
Para falarmos de dimensão fractal precisamos entender uma propriedade importante dos fractais, a propriedade de autossimilaridade.

Um objeto é autossimilar se apresenta a mesma forma em qualquer escala em que é observado. Vejamos alguns exemplos:

goo.gl/8Yb3gM

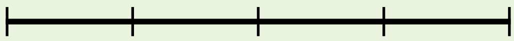
goo.gl/KbU9A8





Vamos começar com objetos simples:

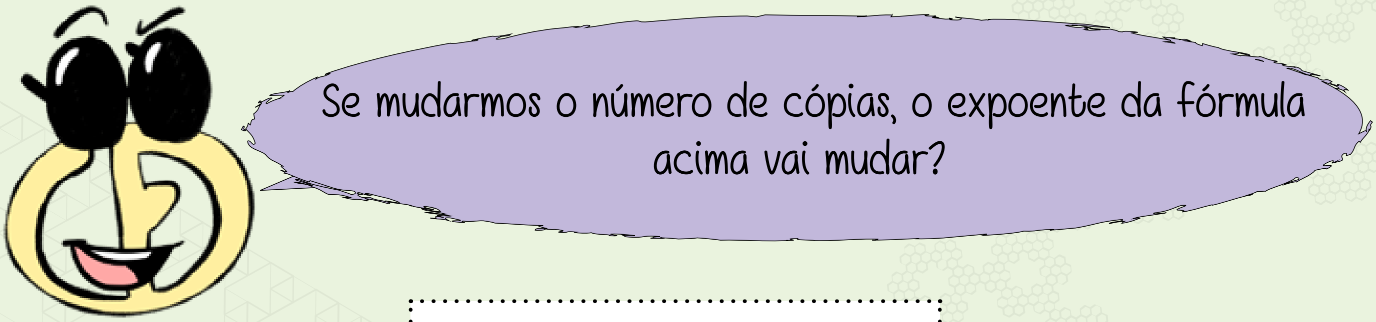
Um segmento de reta é um objeto autossimilar, pois podemos subdividir um segmento em vários segmentos similares:



Observe que o segmento foi dividido em 4 cópias iguais, ou seja, cada cópia mede $\frac{1}{4}$ do segmento original. Se o comprimento do segmento é 1 temos

Número de cópias: $n = 4$; Fator de redução: $\frac{1}{m} = \frac{1}{4}$. Observe que:

$$n\left(\frac{1}{m}\right)^{1} = 4\left(\frac{1}{4}\right)^{1} = 1$$



1) Use a relação entre o número de cópias e o fator de redução nos seguintes casos:

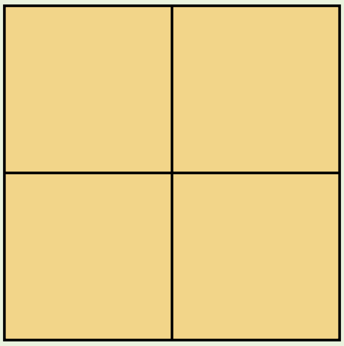
a) $n = 8$

b) $n = 16$

Podemos observar a seguinte relação:

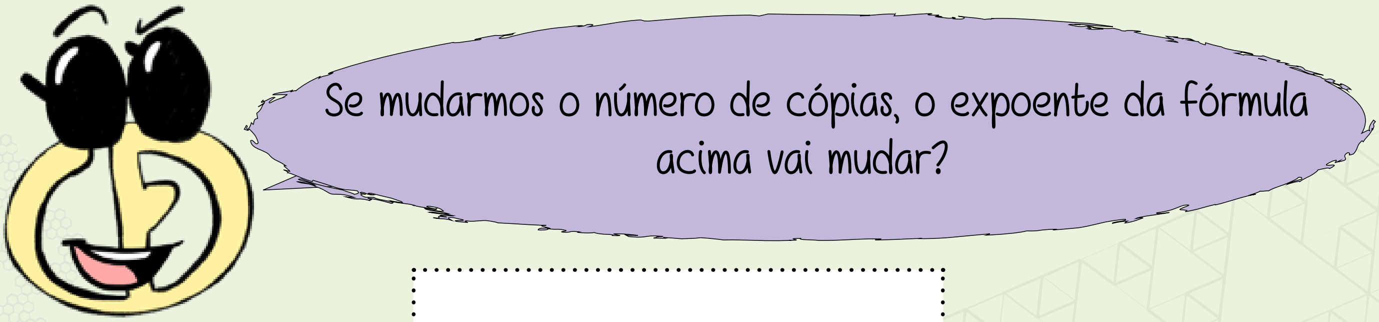
$$n = m^1$$

Vamos fazer cálculo com outras figuras: uma região quadrada é autossimilar, pois podemos subdividi-la em várias regiões similares:



Número de cópias: $n = 4$; Fator de redução: $\frac{1}{m} = \frac{1}{2}$. Observe que:

$$n\left(\frac{1}{m}\right)^2 = 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$



1) Use a relação entre o número de cópias e o fator de redução nos seguintes casos:

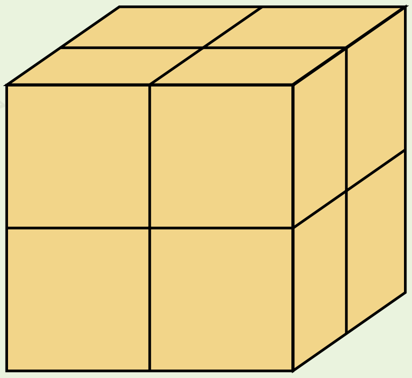
a) $n = 9$

b) $n = 16$

Podemos observar a seguinte relação:

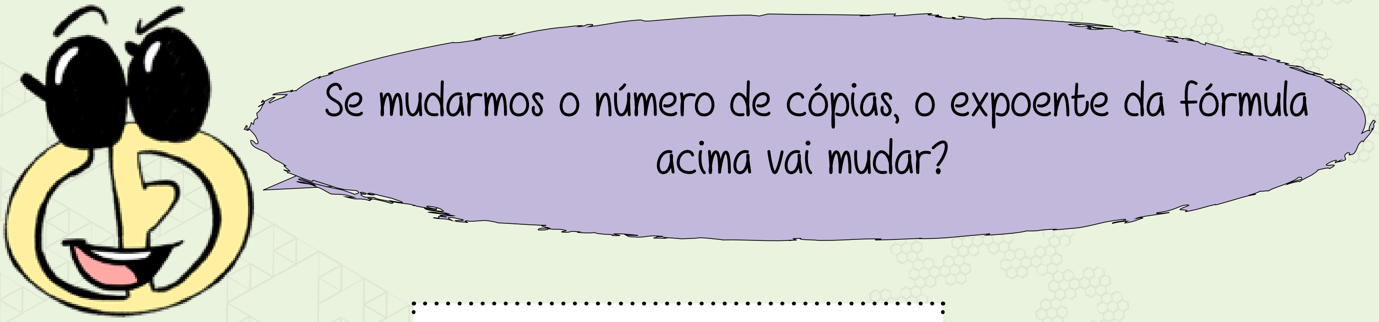
$$n = m^2$$

Uma região cúbica é autossimilar, pois podemos subdividir esta região em várias regiões similares:



Número de cópias: $n = 8$; Fator de redução: $\frac{1}{m} = \frac{1}{2}$. Observe que:

$$n\left(\frac{1}{m}\right)^3 = 8\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 1$$



1) Use a relação entre o número de cópias e o fator de redução nos seguintes casos:

a) $n = 27$

b) $n = 64$

Podemos observar a seguinte relação:

$$n = m^3$$

Faça um resumo da seguinte tabela:

Objeto	Fórmula
Segmento de reta	
Região quadrada	
Região cúbica	

O expoente de m, na fórmula

$$n = m^{D}$$

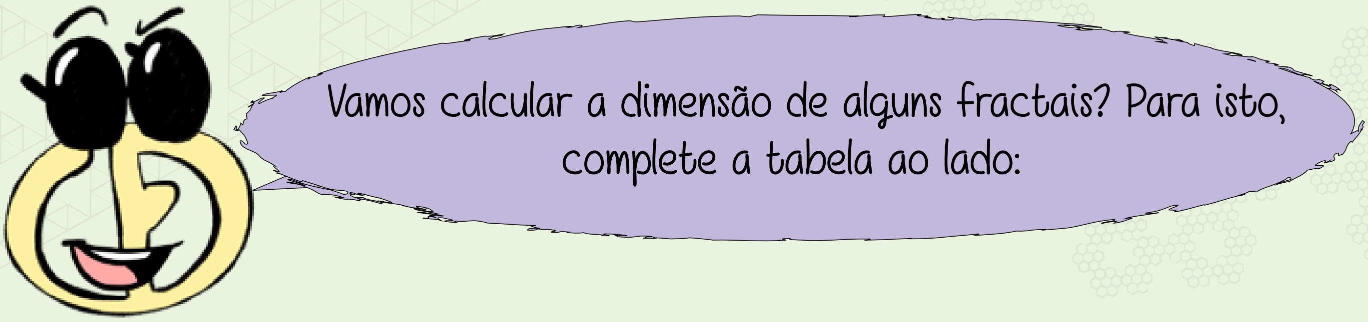
é chamado dimensão fractal, e é dado por

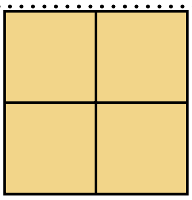
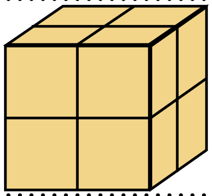
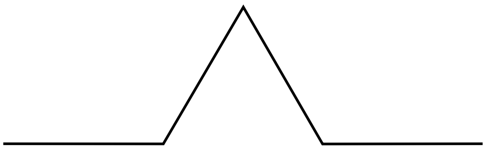
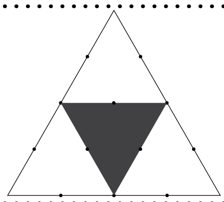
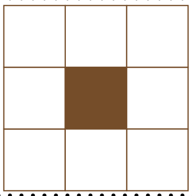
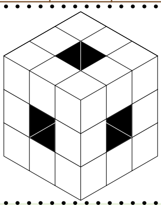
$$D = \frac{\ln(n)}{\ln(m)}$$

n = Número de cópias

$\frac{1}{m}$ = fator de redução ou m = fator de ampliação

D = dimensão.



Nome do Objeto	Objeto	n	m	D
Segmento		4	4	1
Quadrado		4	2	2
Cubo		8	2	3
Curva de Koch		4	3	$\frac{\ln 4}{\ln 3} = 1{,}26$
Triângulo de Sierpinski		3	2	
Tapete de Sierpinski		8	3	
Esponja de Menger		20	3	

Para aprofundar seus conhecimentos proponho o seguinte desafio: desenhar um fractal de dimensão $\frac{3}{2}$.

Phi, o menino de ouro

Phidias (lê-se "fídias") era um célebre escultor da Grécia Antiga cujas obras mais conhecidas são Atena Partenos e Zeus em Olímpia. Em algumas de suas obras, **Phidias** utilizou o **retângulo áureo**.

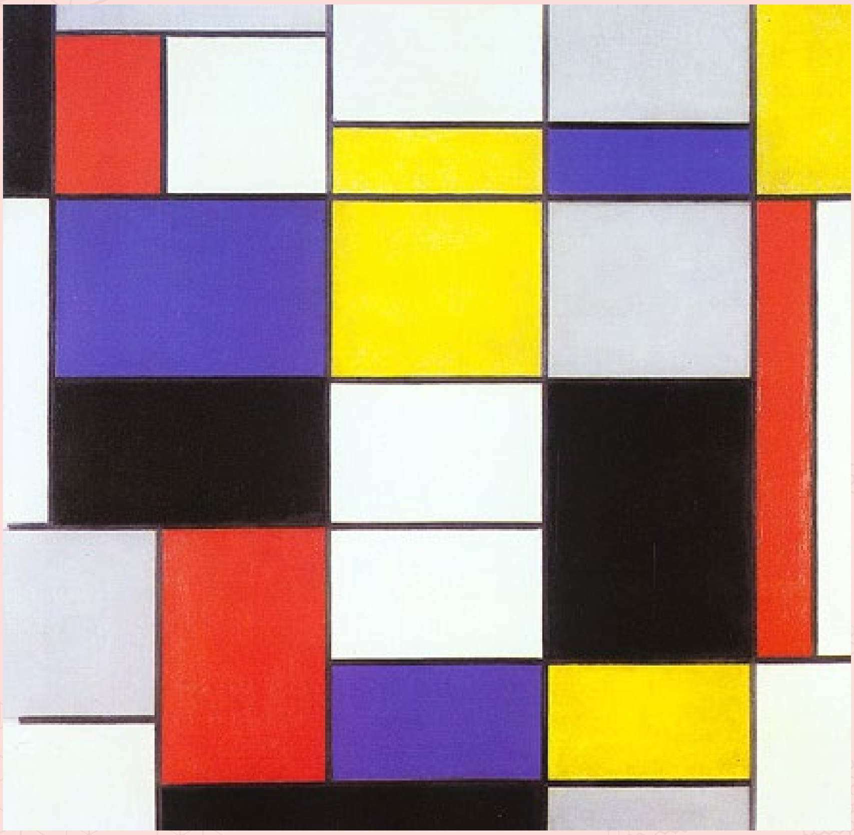
Vamos construir o retângulo áureo de **Phidias** na página seguinte? Siga os passos abaixo!

1) Construa um quadrado de 6 cm;
2) No lado superior, encontre a metade do lado (3 cm);
3) Desenhe um segmento que vai da metade do lado até o vértice inferior direito do quadrado;
4) Aumente o lado superior do quadrado com o mesmo tamanho do segmento encontrado no passo 3, a partir da metade do lado;
5) Aumente o lado inferior (base) do quadrado com o mesmo tamanho do segmento encontrado no passo 3 a partir da metade do lado;
6) Una os segmentos desenhados formando, assim, um retângulo. Chamaremos de retângulo do **Phi**;
7) Divida a base e a altura do retângulo encontrado.

Divida a base pela altura para encontrar o valor aproximado do Phi, também chamado de **número de ouro**. Escreva o resultado abaixo.

Mapa mundi áureo

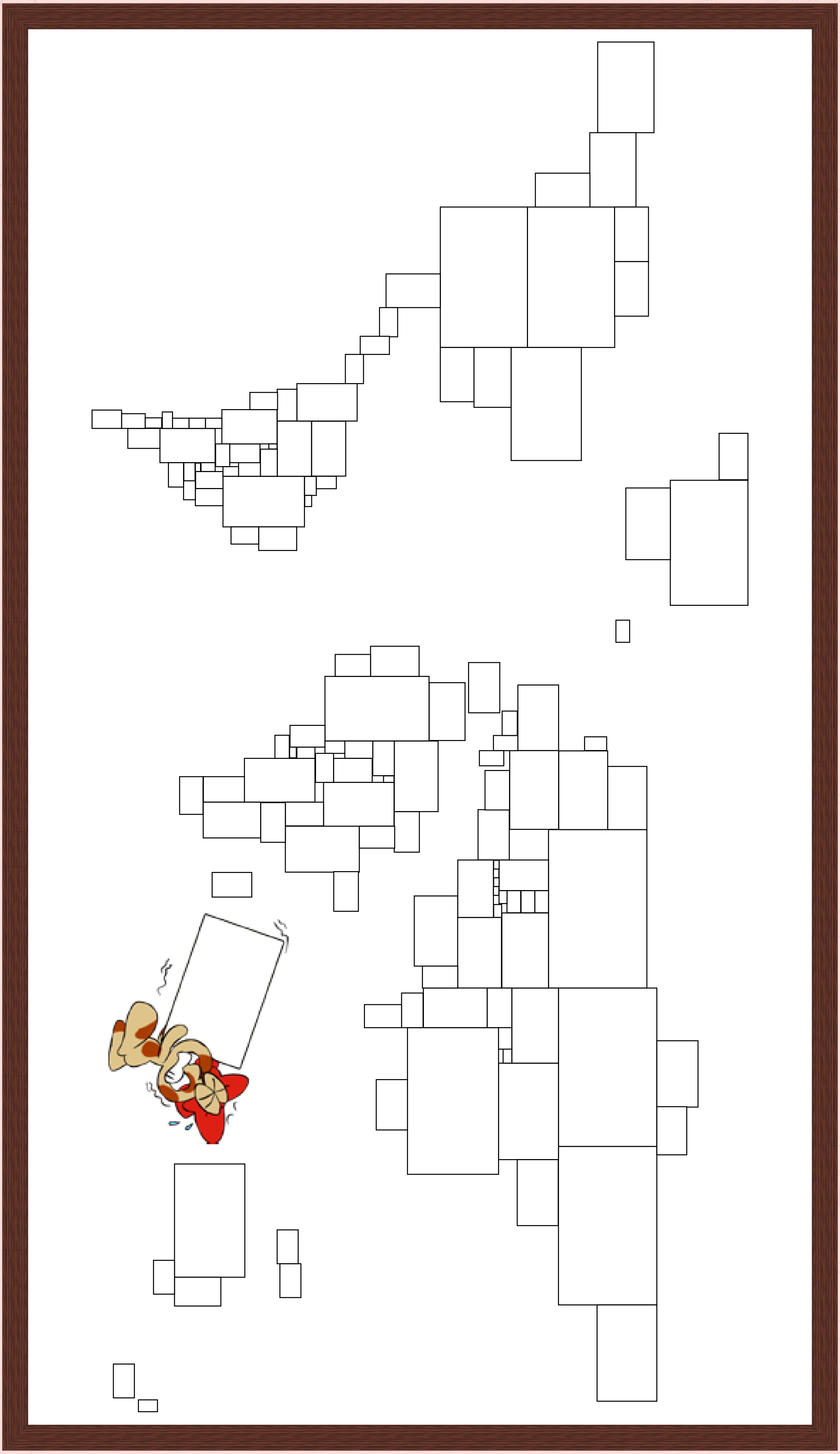
Vamos fazer um mapa mundi, inspirado na obra do artista **Piet Mondrian**, que utilizava retângulos coloridos para fazer a sua arte!



goo.gl/gdRJVE

O mapa na página seguinte foi redesenhado utilizando retângulos, tal como na obra de Mondrian.

Utilize uma régua e escolha três retângulos quaisquer no mapa e veja se você consegue achar o número de ouro (veja a página 66). Você pode cortar o mapa e fazer um belo quadro!

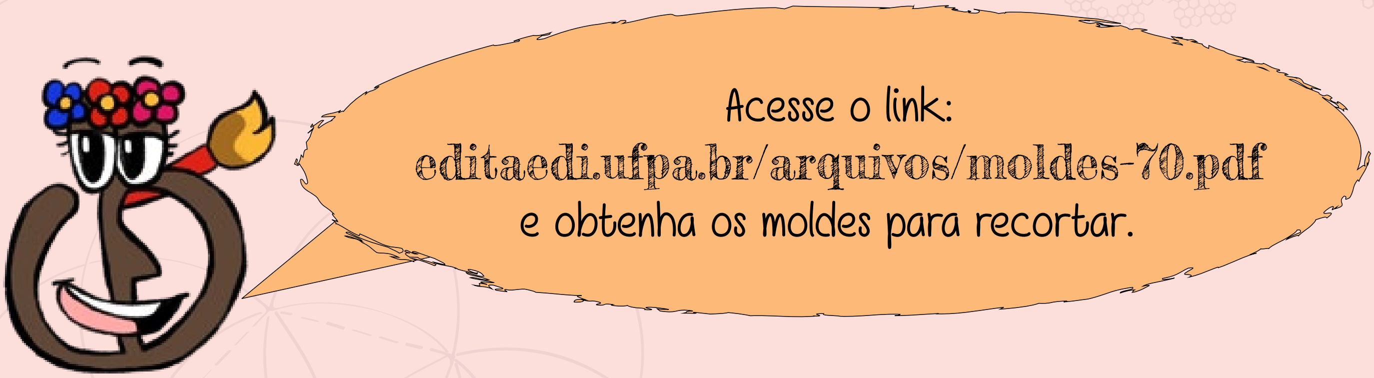


Arquitetura Ndebele

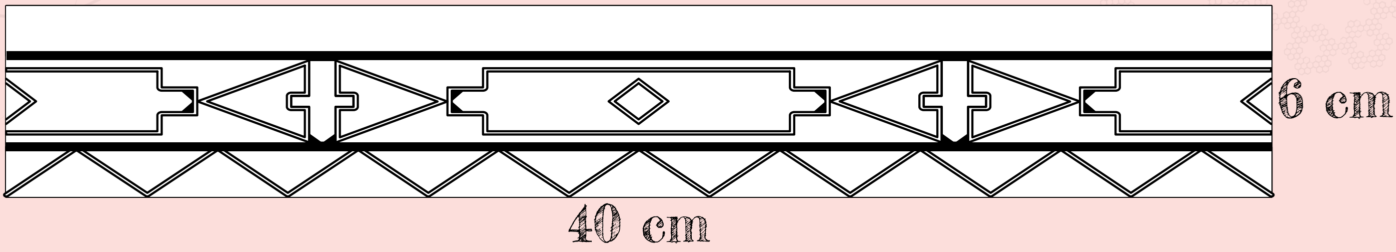
O povo **Ndebele** (lê-se “nendebelê”) vive em Zimbábue, no continente africano. **Phiphi** está encantada com a arte e o colorido intenso das casas construídas pelos Ndebeles, por ser uma combinação de arquitetura e arte única.

goo.gl/dXe4eY

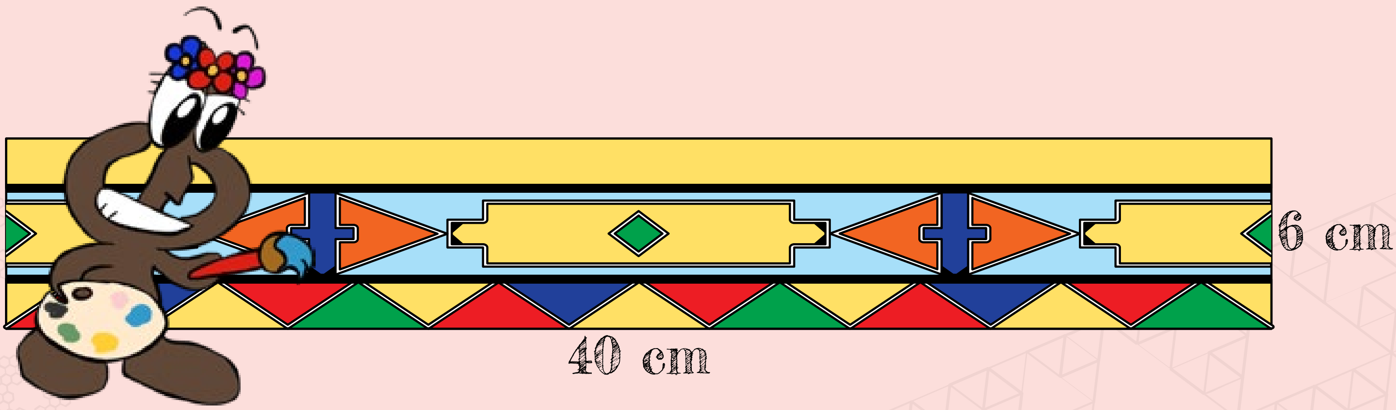
Phiphi queria mostrar para **Phi** a beleza das casas Ndebeles. Ela decidiu fazer uma maquete da casa Ndebele usando circunferência, cilindro e cone. Vamos ajudar **Phiphi** a construir uma casa Ndebele:



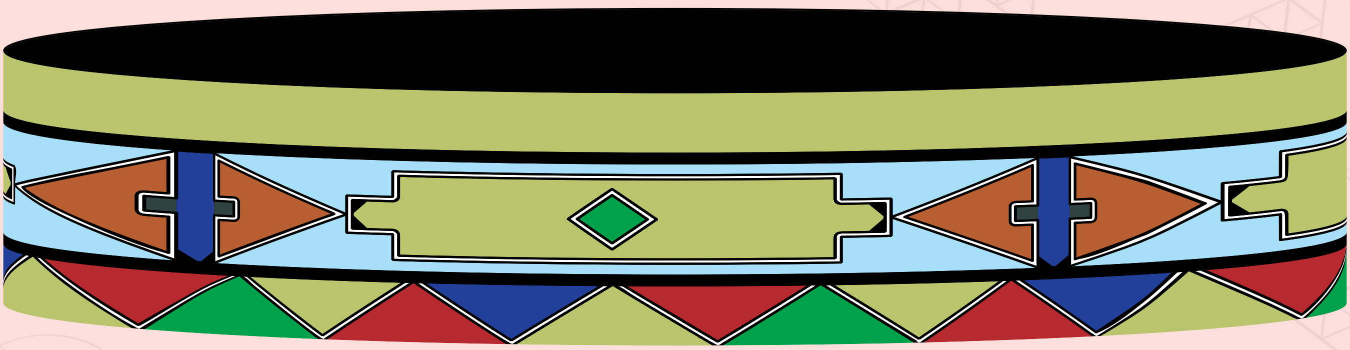
1) Construa a parede da maquete usando um papel, recortando um retângulo de base 40 cm e altura 6 cm;



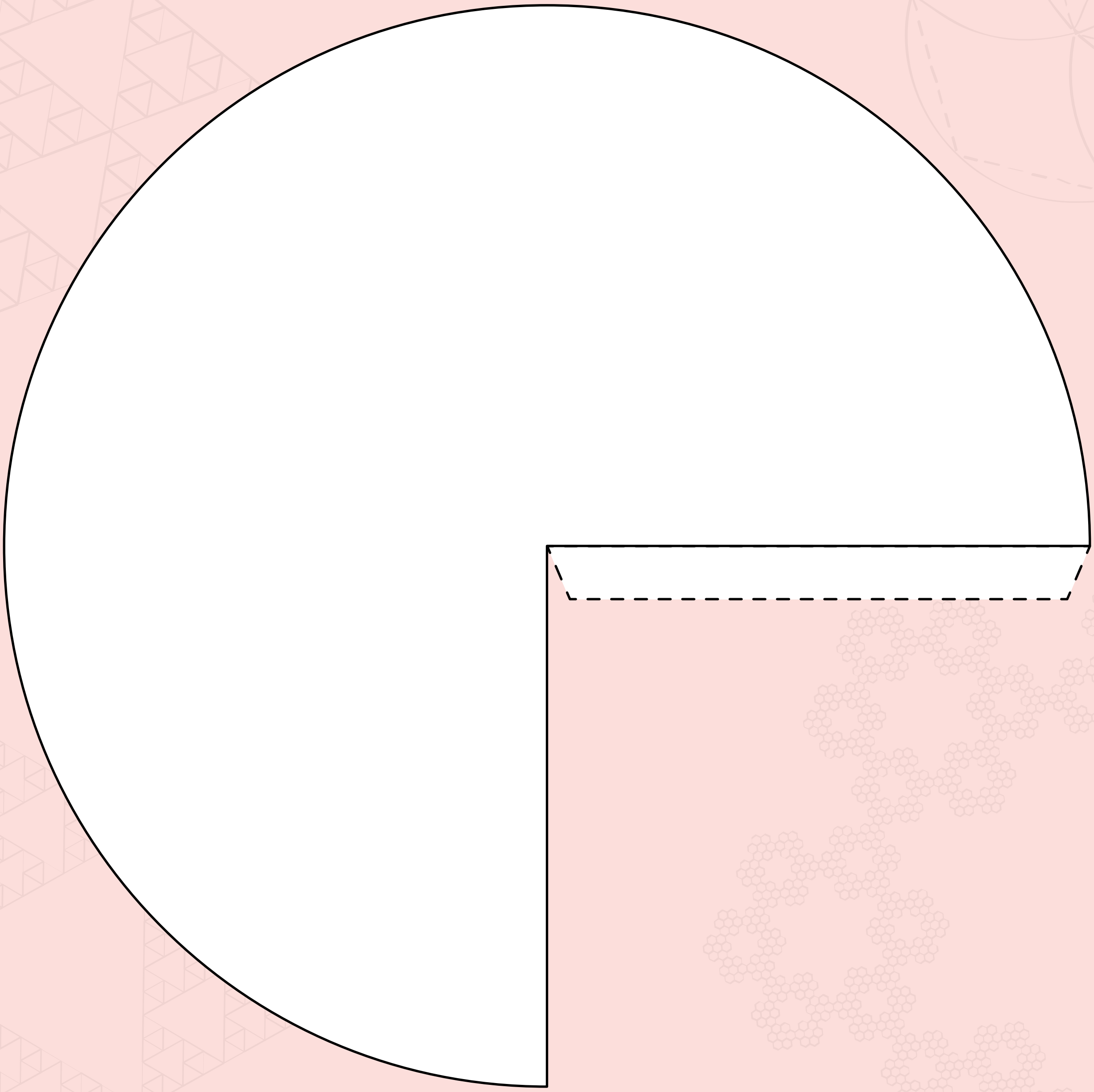
2) Pinte as figuras geométricas no retângulo do passo 1;



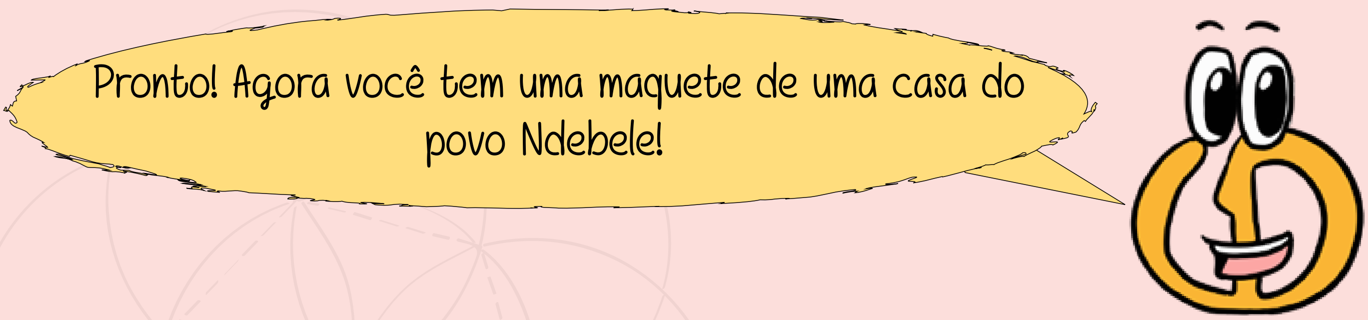
3) Cole as bordas do retângulo do passo 2, de modo a formar um cilindro como na figura abaixo:



3) Cole as duas bordas retas do setor circular, de modo a construir o telhado na forma de cone.

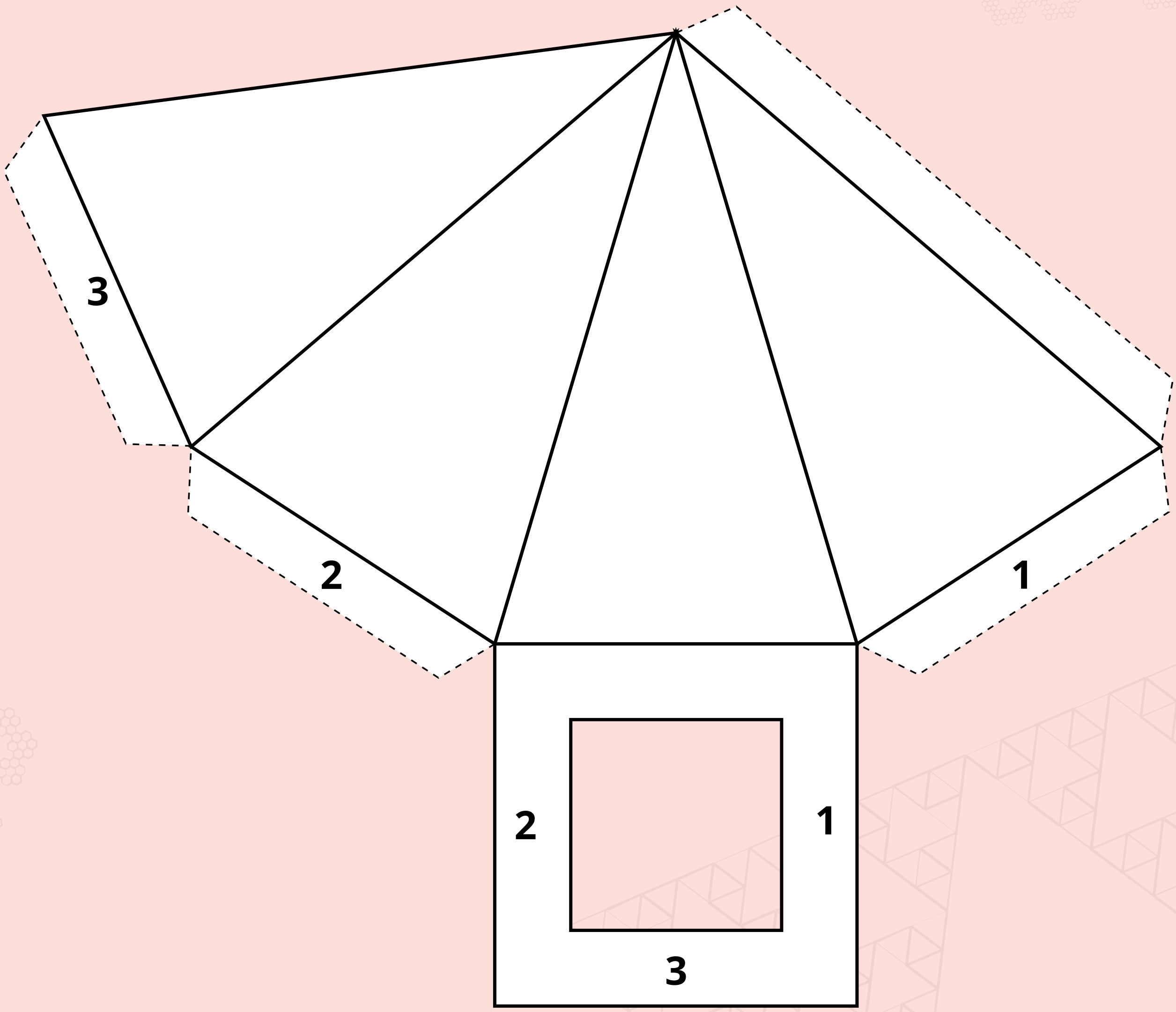


4) Para finalizar, cole o cone ao cilindro.



Pinheiro de pirâmides

Vamos fazer uma árvore a partir de uma pirâmide de base quadrada.



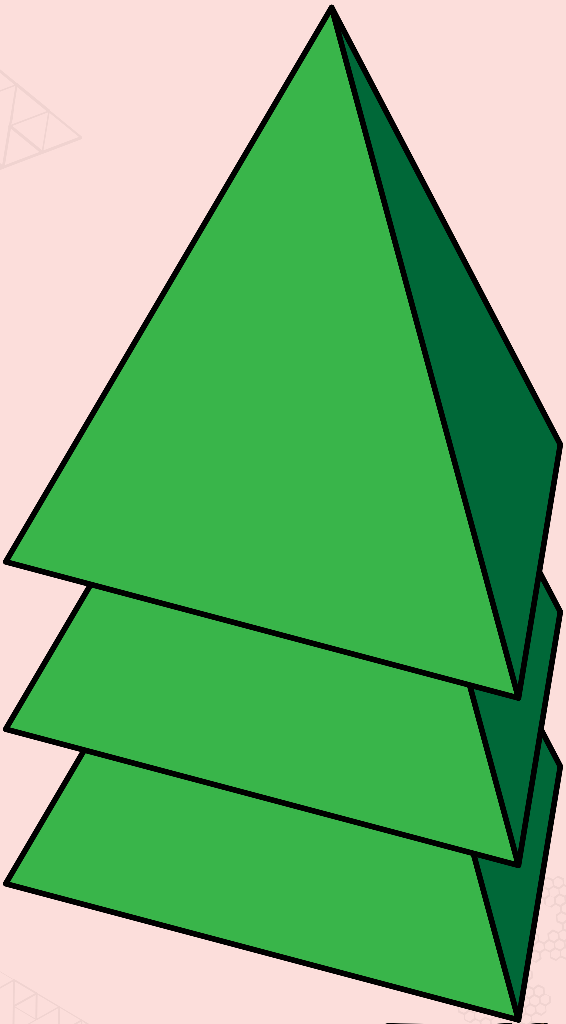
1) Clique aqui para obter o molde acima:
editaedi.ufpa.br/arquivos/molde-73.pdf

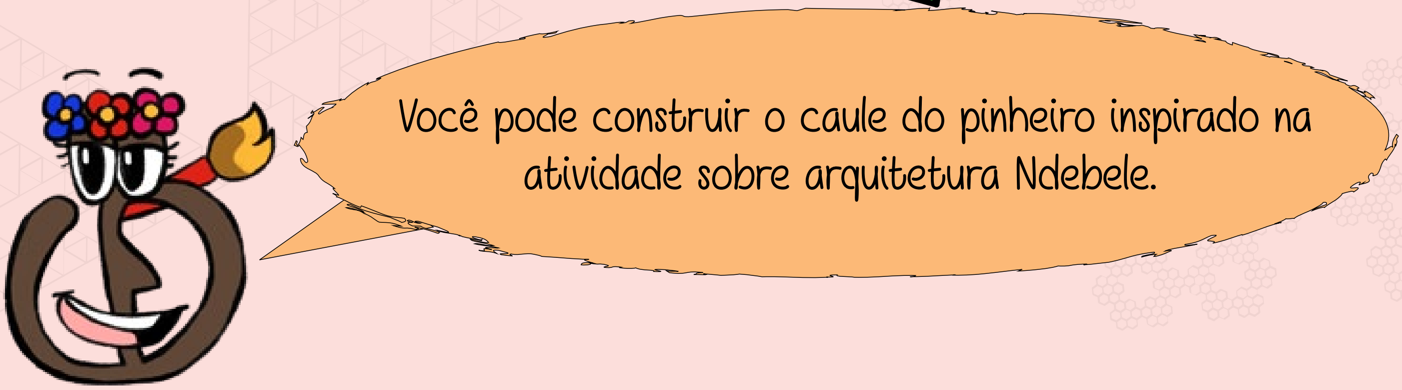
2) Recorte o molde da pirâmide de base quadrada nas linhas tracejadas;

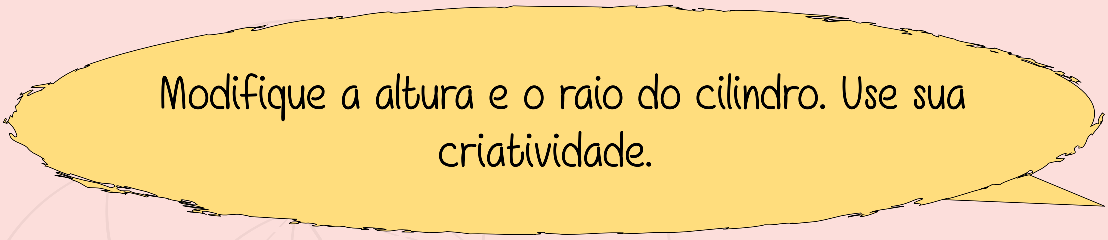
3) Dobre o molde da pirâmide de base quadrada nas linhas contínuas;

4) Cole a borda 1 no lado 1 do quadrado. Depois a borda 2 no lado 2 do quadrado. Em seguida, cole a borda 3 no lado 3 do quadrado;

Faça três pirâmides semelhantes, criando o seguinte sólido geométrico, parecido com um pinheiro de Natal:





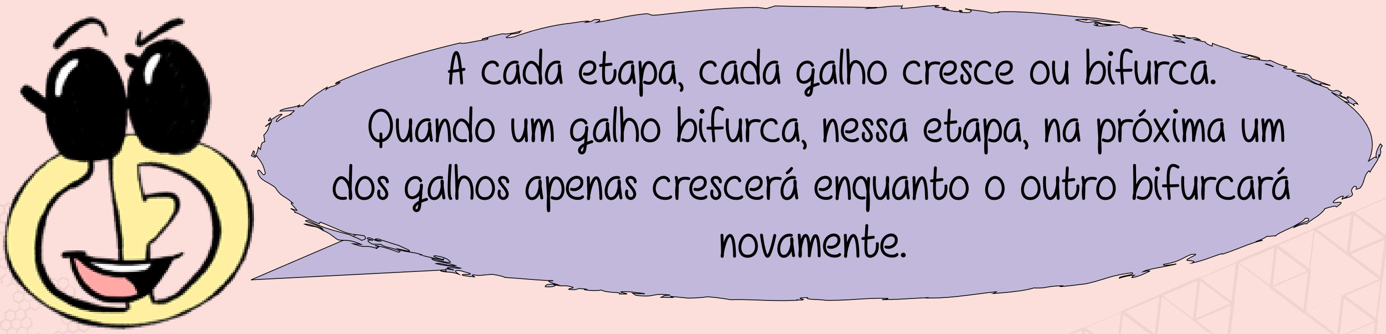


A natureza gera arte

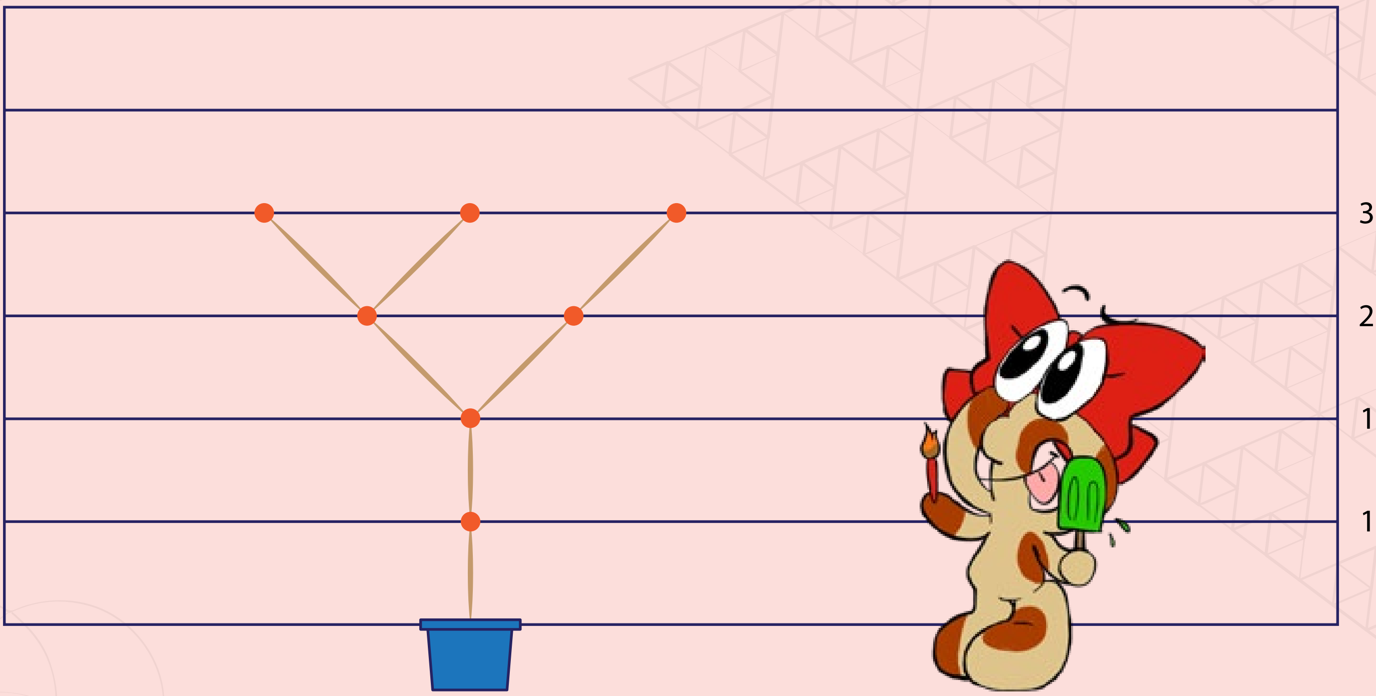
A sequência de números abaixo foi criada pelo matemático **Fibonacci.** Observe o padrão e tente descobrir os próximos três números da sequência.

0	1	1	2	3	5	8	13			

Vamos construir uma árvore com esse padrão. Para isso, vamos usar palitos de dente, massa de modelar e uma regra de crescimento. DesaPhio vai nos ajudar.

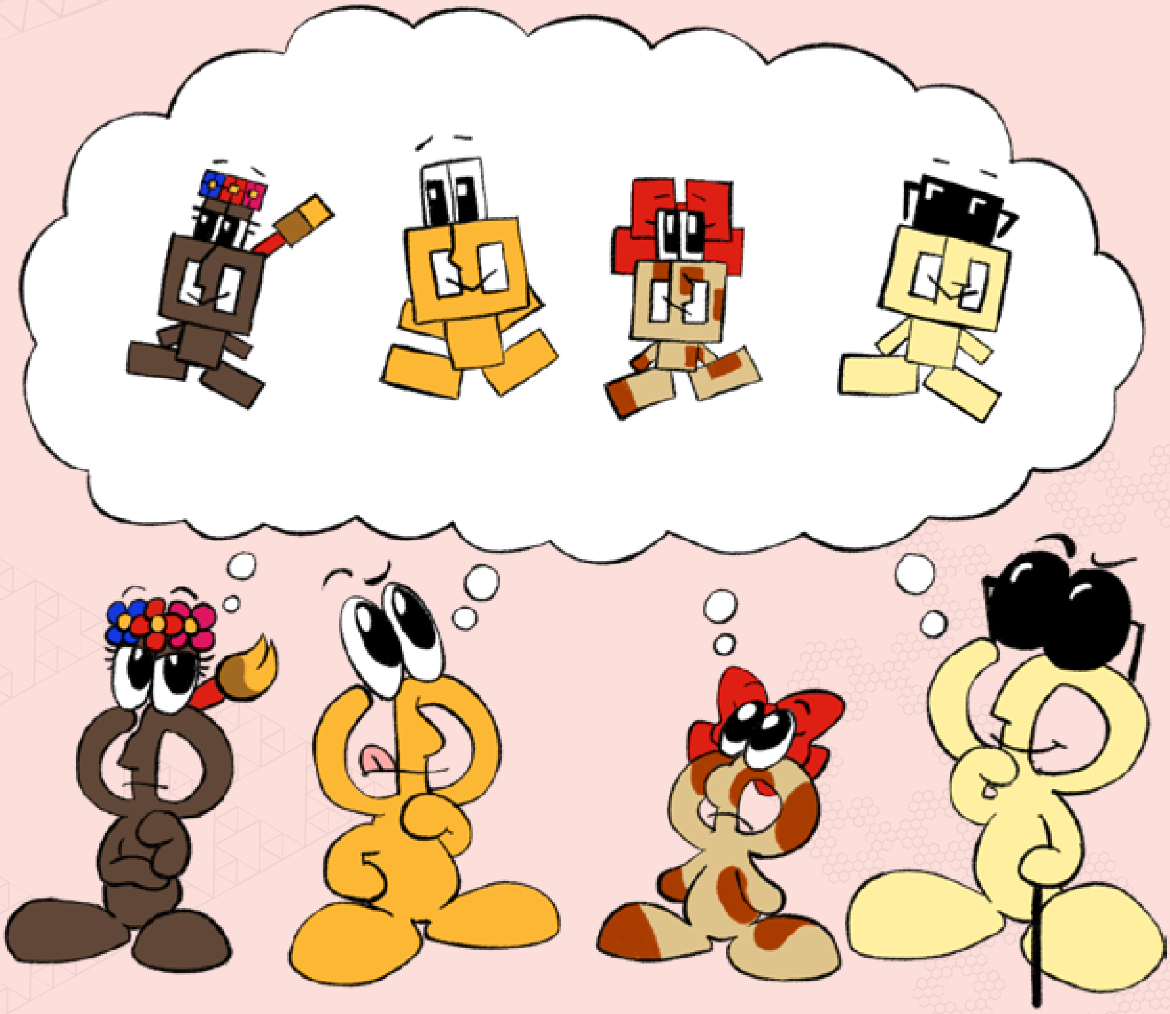


Primeiro complete o desenho da Phiphi e depois construa a sua árvore usando palitos e massa de modelar.



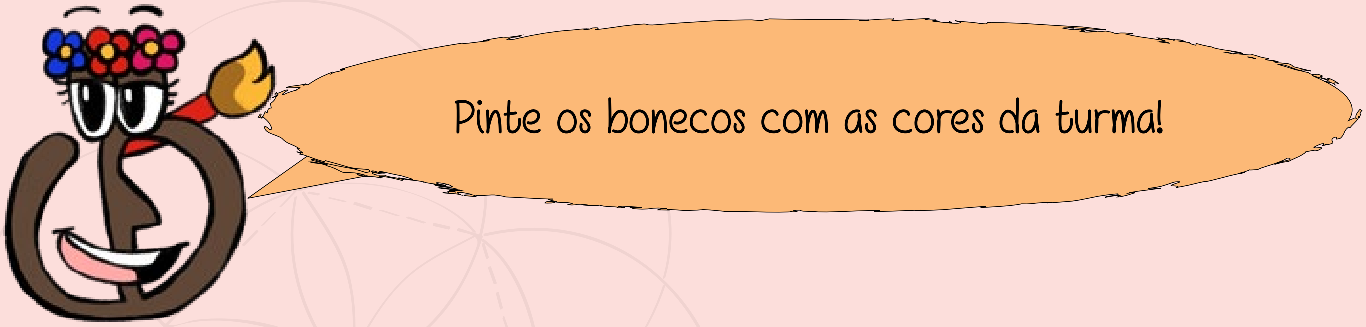
Bonecos de paralelepípedos

Phi, **Phida**, **Phiphi** e **DesaPhio** se perguntaram: "como seríamos se não tivéssemos curvas, e fôssemos todos retinhos?"

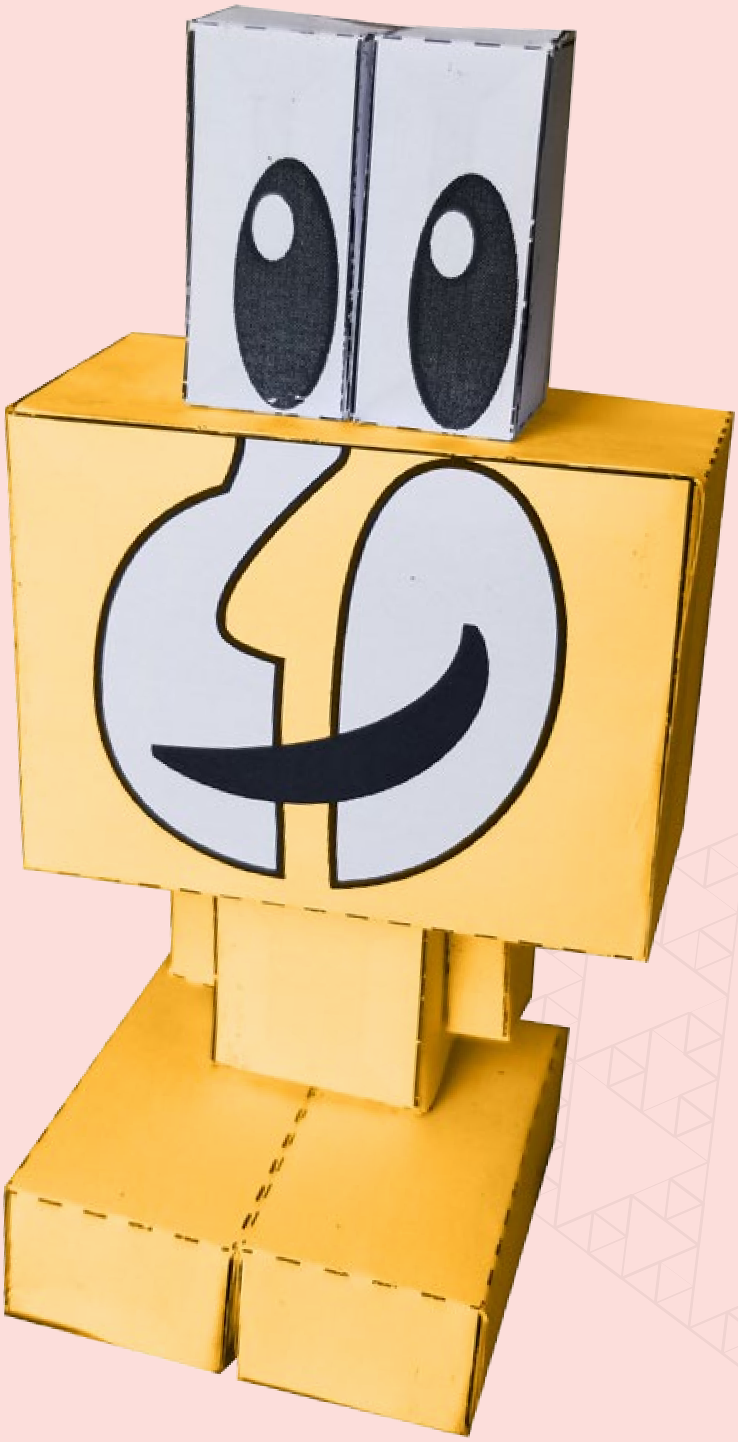


Ajude a turminha, fazendo bonecos retinhos de **Phi**, **Phida**, **Phiphi** e **DesaPhio**. Clique aqui para obter os moldes:

editaedi.ufpa.br/arquivos/moldes-76.pdf

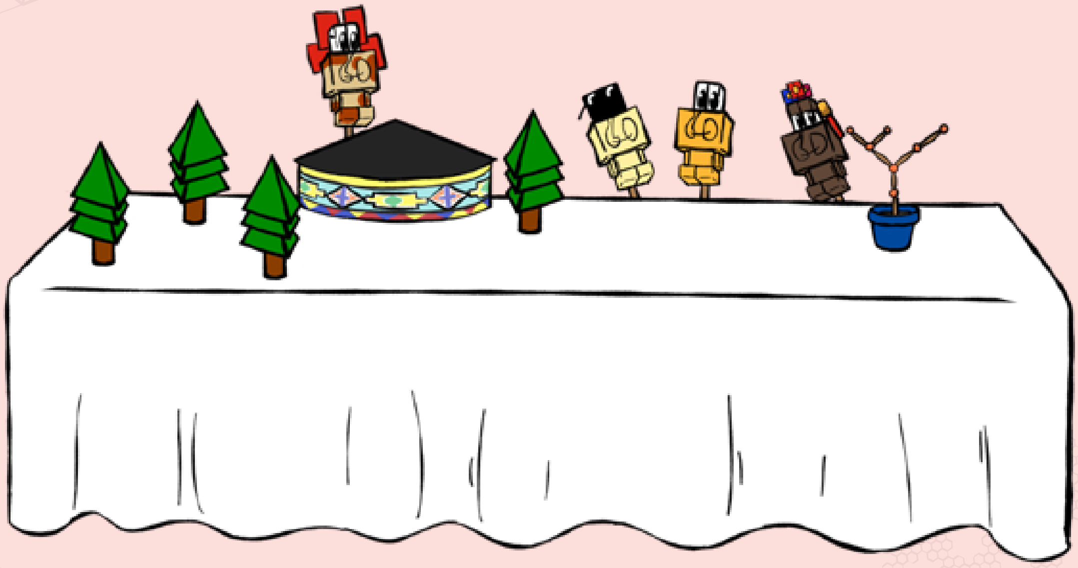


Veja aqui como ficará o **Phi**:



MAT-Teatro

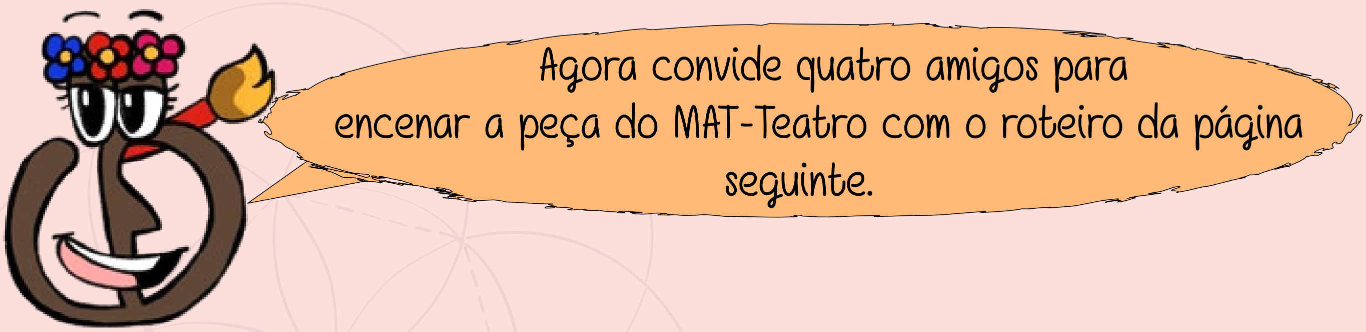
Agora que já fizemos várias atividades, vamos contar as aventuras de **Phi** e sua turma através dos bonecos. A figura abaixo é um exemplo de composição do cenário.



Para compor o cenário, você precisará ter concluído as seguintes atividades:

- Arquitetura Ndebele (página 70);
- Pinheiro de pirâmides (página 73);
- A natureza gera arte (página 75);
- Bonecos de paralelepípedos (página 76).

Com o cenário construído, vamos usar o teatro de bonecos para contar a historinha de como **Phi** e sua turma conheceram o amiguinho **Pi** (**π**). Para isso, você precisa de quatro atores para fazer as falas dos bonecos **Phi**, **Phida**, **Phiphi** e **DesaPhio**.



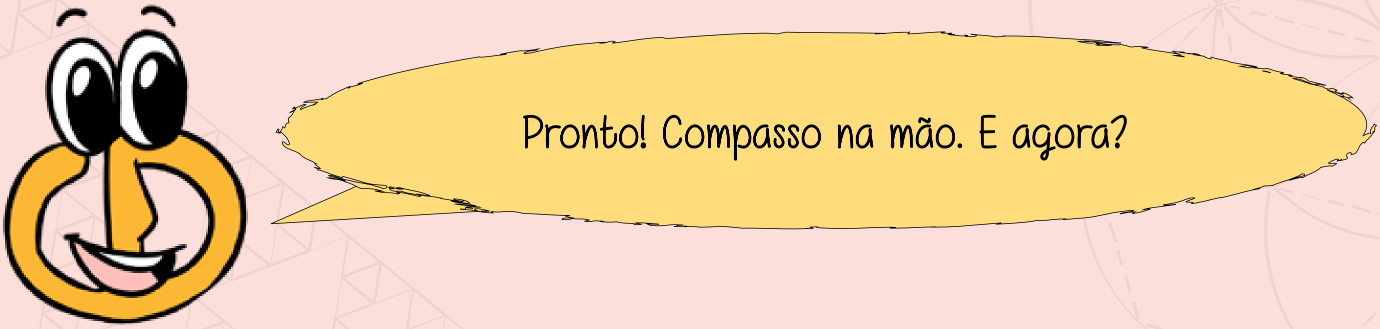
(Chegando e encontrando a turminha)
Olá pessoal, o que vocês estão fazendo?

(Vira-se e olha para **DesaPhio**)
Olá, **DesaPhio! Phida** estava nos contando a sua descoberta da arte popular do povo Ndebele e da Matemática utilizada em suas casas.

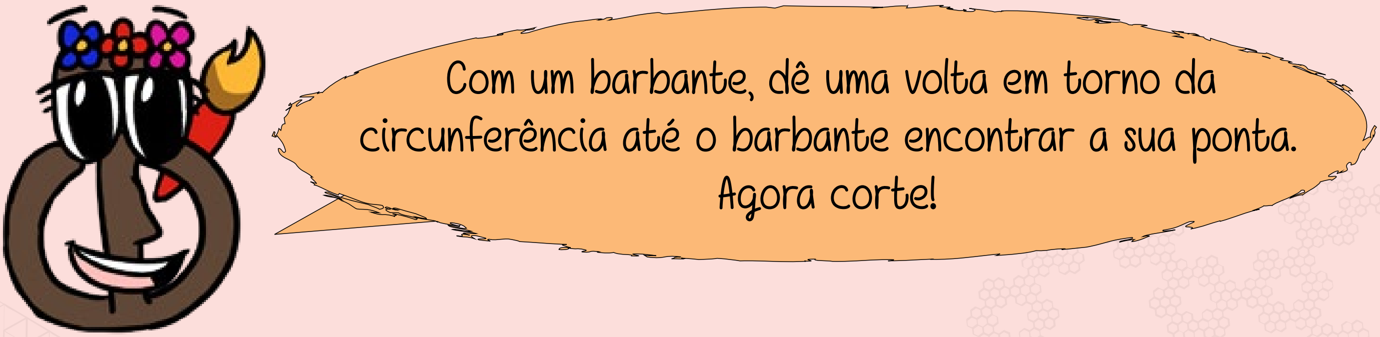
(Vira-se e olha para **DesaPhio**)
Oizinho, **DesaPhio!** Muito legal as descobertas de **Phida**. Mas, no cálculo tem o símbolo **π** (lê-se "**Pi**"), que não sei o significado.

Turminha, vocês sabiam que existe um número na Matemática que pode ser encontrado usando o comprimento da circunferência e seu diâmetro?

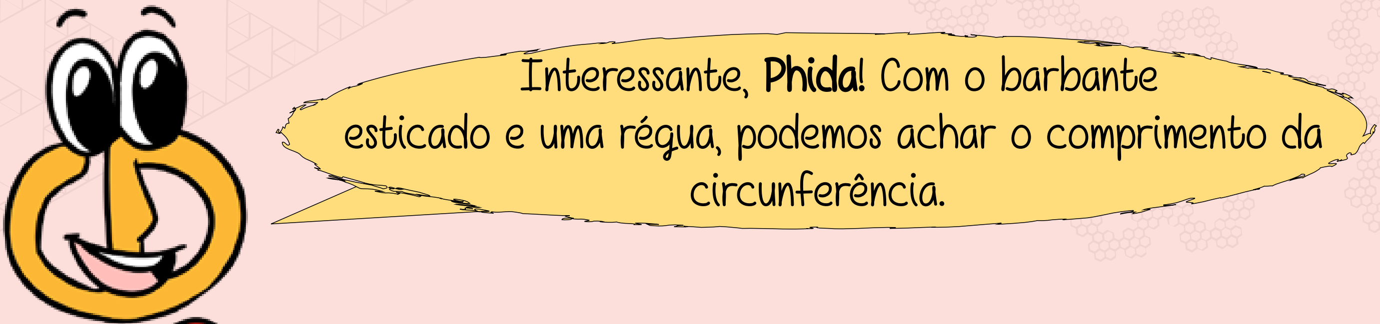
Verdade, pessoal! Vou ensinar como achar **π**. Primeiramente, pegue um compasso e construa uma circunferência bem bonita.

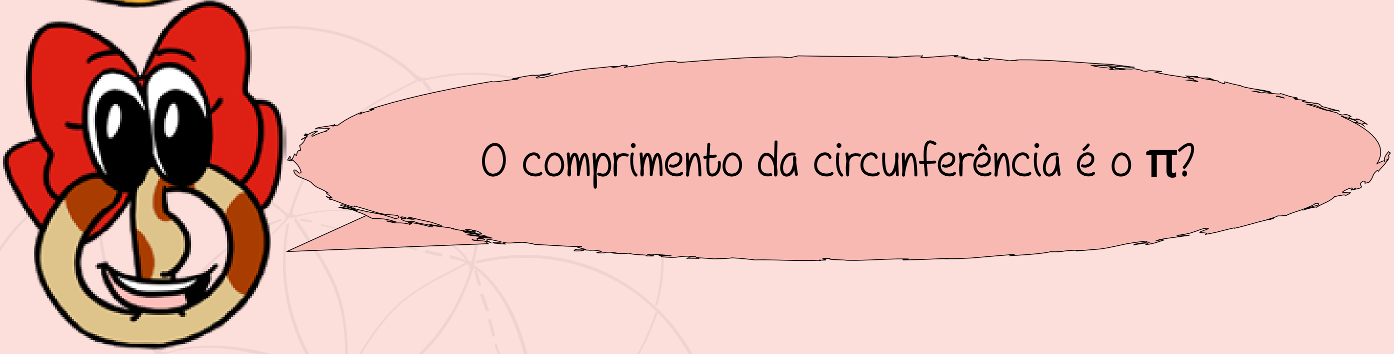


(O ator que interpreta o **Phi**, vestido com uma luva preta, mostra como fazer as orientações de **Phida**)



(O ator que interpreta o **Phi**, vestido com uma luva preta, mostra como fazer as orientações de **Phida**)





Não **Phiphi**. Falta bem pouquinho! Está faltando só calcular o diâmetro da circunferência.

(O ator que interpreta o **Phi**, vestido com uma luva preta, mostra como fazer as orientações de **Phida**)

Phiphi! Eu sei como calcular o diâmetro da circunferência. Basta colocar a extremidade zero da régua em um ponto da circunferência e alinhar com o seu centro. Pronto! O valor que a régua apresenta ao passar por outro ponto da circunferência é o diâmetro.

Isso mesmo, **Phi**! Agora, divida comprimento da circunferência com seu diâmetro. Que número você achou, **Phiphi**?

3,1415...!

Isso mesmo, **Phiphi**! Eis o famoso número **π**. Ele é um número com infinitas casas decimais.

Que legal! **π** é uma constante matemática.

Veja o quanto é divertida a Matemática!

(Vira-se e olha para platéia)
Isso mesmo! Que tal contar algumas de nossas aventuras no mundo da Matemática e da arte que estão no nosso caderno de atividades?


(Todos viram-se e olham para platéia)
Tchau, pessoal! Nos veremos em outras aventuras Artemáticas!

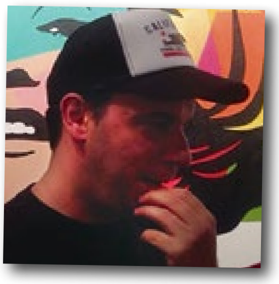
Glossário artístico-matemático


Beatriz Milhazes

goo.gl/rSX2TZ


Victor Vasarely

goo.gl/CFLf9t


Lobo

goo.gl/gLtr4h


Wassily Kandisky

goo.gl/Qb9NhZ


Benoit Mandelbrot

goo.gl/bHRFTS


Theo Van Doesburg

goo.gl/2tSpWe

Waclaw Sierpinski

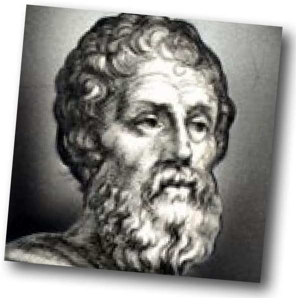
goo.gl/mgpMqN

Karl Menger

goo.gl/hWVrfn

Sérgio Capparelli

goo.gl/pqF1AV



Phidias

goo.gl/uu2e6p

Piet Mondrian

goo.gl/Cqafys

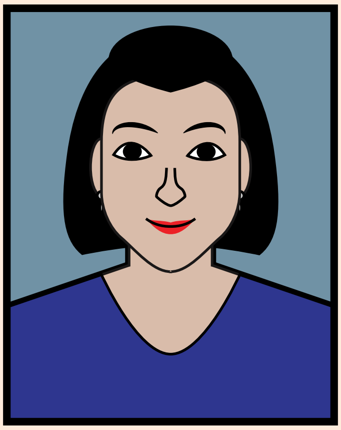
Leonardo Fibonacci

goo.gl/UQ8WRp

Sobre os autores e colaboradores

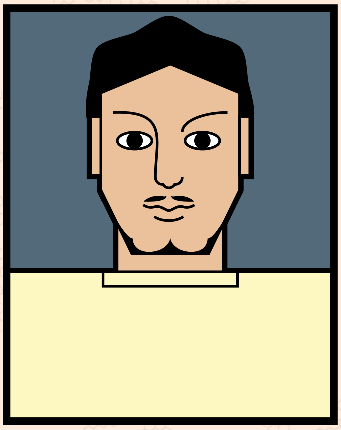
Autores

Aluzimara Nogueira



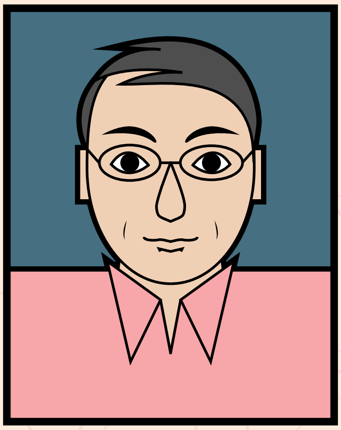
Professora de matemática, encontrou na arte dos círculos um caminho para ensinar o quanto a matemática é bela.

Augusto Souza



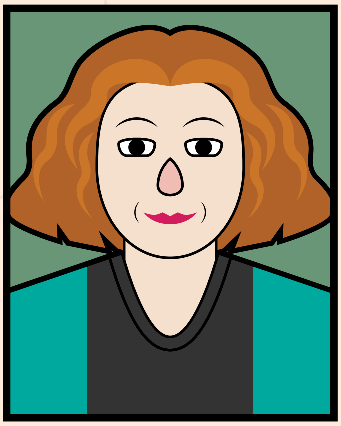
Professor de matemática com espírito de desenhista, isso resulta em belas obras, com traços precisos e delicados. Características importantes na construção de suas espirais.

Marcos Diniz



Geômetra de mente agitada e em constante trabalho, produz com perfeição curvas rolantes, usando arte digital, uma viagem cheia de beleza, harmonia e matemática.

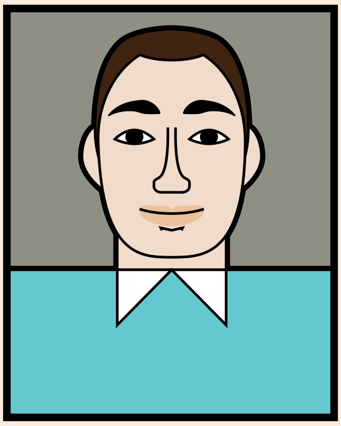
Cristina Vaz



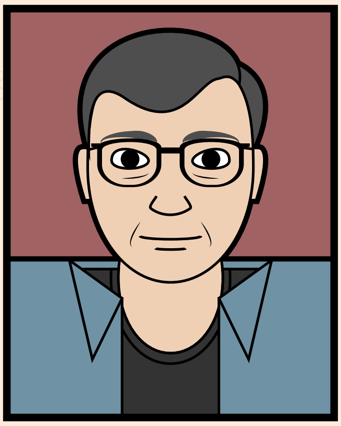
Matemática de formação e poetisa de alma, viu arte nos números e formas. Com personalidade forte e franqueza, expressa na arte, com delicadeza, suas emoções.

Edilson Neri

Professor de matemática, através da simetria dos seus fractais, feitos com delicadeza e riqueza em detalhes, revela a sua atenção e organização de matemático.



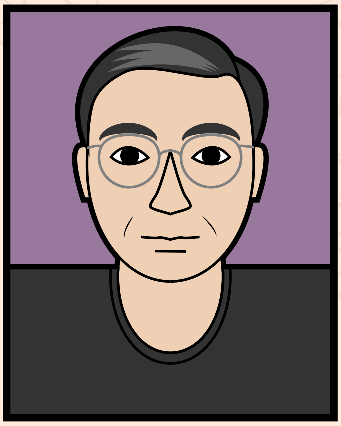
Glauco Lira



Matemático que gosta de interseccionar a criatividade das artes cênicas e Matemática para contar boas histórias.

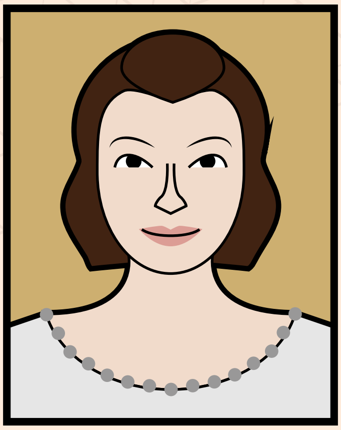
Márcio Nascimento

Matemático que encontrou nos sistemas dinâmicos a sua arte. Usando similaridades e rotações, procura unir encantamento e números.



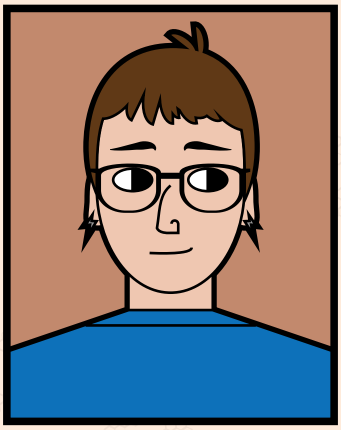
Colaboradores

Angela Alexandre



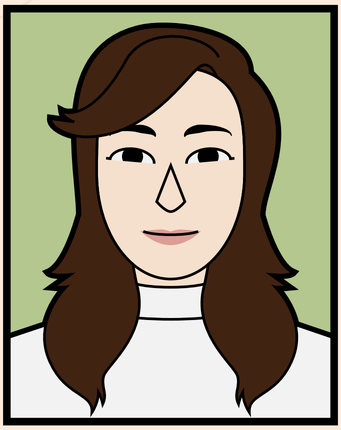
Ao explorar novos meios com dedicação e concentração, a bióloga encontrou na exatidão da matemática e beleza da arte, um novo olhar sobre o ambiente.

Giordanna De Gregoriis



Formada em ciência da computação e com alma de designer artística. É detalhista e caprichosa, trabalha de forma rápida e eficiente. Sua timidez e simplicidade contrastam com a grandeza de sua arte.

Glenda Alves



A bióloga sempre buscando novas formas de evolução, encontrou na matemática e arte um diferencial. Com alegria e bom humor supera novos desafios.

Guaciara Freitas

Professora de comunicação que tem paixão por sua profissão, encontrou na matemática uma forma de expressão artística. Com delicadeza e detalhismo, aperfeiçoa sutilmente os instrumentos artísticos criados.

Folhas de rascunho

editAedi
Assessoria de Educação a Distância • UFPA

Artemática: explorando o potencial artístico da **Matemática**

Venha pintar círculos, desenhar rosáceas e espirais, descobrir fractais, conhecer as curvas rolantes, fazer teatro e muitas outras brincadeiras, tudo isto misturado com Op Arte, Pop Arte, a arte de Beatriz Milhazes, a arte de W. Kandinski e outros artistas. Descubra como a Matemática é lúdica e divertida. A Matemática está em tudo!

Para mais informações, visite o site da editora: editaedi.ufpa.br

INSTITUTO FEDERAL Pará
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CNPq Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
Semana Nacional de Ciência e Tecnologia 2017 — A MATEMÁTICA ESTÁ EM TUDO!
MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
BRASIL GOVERNO FEDERAL